



Łódź



Bydgoszcz



Dąbrowa
Górnicza



Kraków



Wrocław



Laski



Lublin



Chorzów



Owińska



Warszawa

Brajłowska notacja matematyczna fizyczna chemiczna wydanie II

Publikacja rekomendowana przez Ministerstwo Edukacji Narodowej
do stosowania przy przygotowaniu brajlowskich wersji podręczników,
arkuszy egzaminacyjnych i materiałów pomocniczych

Opracowanie dedykowane pamięci redaktora
poradnika *Brajłowska notacja matematyczna,
fizyczna i chemiczna, Kraków 2002*

Jana Świerczka

oraz pamięci prekursorów
brajlowskich zapisów matematycznych w kraju

***Andrzeja Adamczyka
i Andrzeja Galbarskiego***

Wydanie I

opracowano na podstawie brajlowskiej publikacji:
H. Epheser *Międzynarodowa Brajlowska Notacja Matematyczna*
w tłumaczeniu z języka angielskiego i opracowaniu
przez **M. i A. Adamczyków**, wyd. ZG PZN 1967

Redakcja **Jan Świerczek**

Zapis matematyczny i fizyczny

Krystyna Bodys
Ewa Fojucik
Maria Gackowska
Bogumiła Golańska
Wiesław Grabowiec
Tomasz Kępa
Anita Kluska
Jan Krempa
Bogusław Kwiatek
Marian Magner
Dobromiła Ofiarska-Kwiatkowska
Małgorzata Placha
Zbigniew Różga
Tadeusz Rynkowski
Elżbieta Szwedowska
Maryla Woźniak

Zapis chemiczny

Antoni Audycki
Krystyna Broniarz
Anna Kołosowska
Jolanta Kondyjowska-Ogórek
Lucyna Mełgieś
Jadwiga Namysłak
Ilona Piotrowska
Stanisława Tarnawska
Elżbieta Zakroczyńska

Wydanie II (aktualizacja wydania I)

opracowano na podstawie:

Helmut Epheser *Internationale Mathematikschrift für Blinde Marburg (Lahn)*
1992 – wersja czarnodrukowa

Marek Kalbarczyk, dr **Jan Omieciński** *I Ty możesz być matematykiem, Notacja matematyczna dla niewidomych* PORADNIK Fundacja Unia Pomocy Niepełnosprawnym „Szansa”, Warszawa 2004

Das System der Chemischrift in der Deutschen Blindenschrift Deutsche Blindenstudienanstalt e.V. Marburg (Lahn), 2005

Ustalenia zespołu notacji *Warsztaty, 7-8 stycznia 2011, Łódź*

Redakcja **Krystyna Kauba**

Zapis matematyczny i fizyczny

Tomasz Flaga – korekta
Magdalena Ciesielska – korekta
Marzena Sławińska – koordynator prac
Katarzyna Budzanowska
Beata Cieślińska-Bodzioch
Katarzyna Chorodeńska
Ewa Dziewiątkowska
Dorota Jakubiuk
Krystyna Kauba
Anita Kluska
Jolanta Kozyra
Małgorzata Łydka
Iwona Pawłowska
Anna Ostrowska
Krystyna Waligóra
Maryla Woźniak
Małgorzata Zawadzka-Ostrowska
Polski Związek Niewidomych w Warszawie – konsultacje

Zapis chemiczny

Jolanta Kondyjowska-Ogórek
i Leszek Ogórek – opracowanie zapisów
Alicja Bagińska
Krystyna Broniarz
Iwona Chmielarska
Marianna Gajowiec
Anna Kołosowska
Elżbieta Zakroczyńska

Dziękujemy osobom pracującym przy wydaniu I

Dyrektorowi Ośrodka w Krakowie

Mieczysławowi Kozłowskiemu

za pełnienie roli koordynatora prowadzonych prac
w Ośrodkach dla Niewidomych

Kierownikowi Działu Rehabilitacji Polskiego Związku Niewidomych
ZG w Warszawie

Elżbiecie Oleksiak

za prowadzenie tematu Poradnika w centralnych władzach
Polskiego Związku Niewidomych
oraz Ministerstwa Edukacji Narodowej i Sportu

Dziękujemy osobom pracującym przy wydaniu II

Autorom Poradnika *I Ty możesz być matematykiem, Notacja
matematyczna dla niewidomych* Fundacja Unia Pomocy
Niepełnosprawnym „Szansa”

Markowi Kalbarczykowi

Janowi Omiecińskiemu

za udostępnienie elektronicznej wersji swojej książki i konsultacje

Dyrektorowi Ośrodka w Łodzi

Annie Tomaszewskiej

za koordynowanie prac i organizację Ogólnopolskich Warsztatów
Nauczycieli Specjalnych Ośrodków Szkolno-Wychowawczych
dla Dzieci Niewidomych w sprawie notacji brajlowskiej,
Łódź, 7–8 stycznia 2011

Dyrektorowi Ośrodka w Laskach

Piotrowi Grocholskiemu

za organizację Ogólnopolskich Konferencji Nauczycieli Specjalnych
Ośrodków dla Niewidomych *Brajlowska notacja matematyczna,
fizyczna, chemiczna*, Laski 12–13 czerwca 2008 i 7–8 marca 2011

Autorzy

Specjalny Ośrodek Szkolno-Wychowawczy nr 1
dla Dzieci i Młodzieży Słabo Widzącej i Niewidomej
im. Louisa Braille'a
ul. Zygmunta Krasińskiego 10
85-008 Bydgoszcz
www.braille.bydgoszcz.pl

Specjalny Ośrodek Szkolno-Wychowawczy
dla Młodzieży Niewidomej i Słabowidzącej
ul. Hajducka 22
41 - 500 Chorzów
www.sosw.slask.pl

Specjalny Ośrodek Szkolno-Wychowawczy
dla Dzieci Słabo Widzących i Niewidomych
im. Zofii Książek-Bregułowej
ul. Wybickiego 1
41-303 Dąbrowa Górnicza
www.osw.dabrowa.pl

Specjalny Ośrodek Szkolno-Wychowawczy
dla Dzieci Niewidomych i Słabowidzących
im. Włodzimierza Dolańskiego
ul. Tyniecka 6
30-319 Kraków
www.blind.krakow.pl

Ośrodek Szkolno-Wychowawczy
dla Dzieci Niewidomych
im. Róży Czackiej w Laskach
ul. Brzozowa 75
05-080 Izabelin
www.laski.edu.pl

Specjalny Ośrodek Szkolno-Wychowawczy
dla Dzieci i Młodzieży Słabo Widzącej
im. Prof. Zofii Sękowskiej
20-092 Lublin
ul. Hirszfelda 6
www.sosw.type.pl

Specjalny Ośrodek Szkolno-Wychowawczy nr 6
dla Dzieci Słabo Widzących i Niewidomych
im. mjr. Hieronima Baranowskiego
ul. Dziewanny 24
91-866 Łódź
www.blind.edu.pl

Specjalny Ośrodek Szkolno-Wychowawczy
dla Dzieci Niewidomych
Pl. Przemysława 9
62-005 Owińska
www.niewidomi.edu.pl

Dolnośląski Specjalny Ośrodek Szkolno-Wychowawczy nr 13
dla Niewidomych i Słabowidzących
im. Marii Grzegorzewskiej
ul. Kamiennogórska 16
54-034 Wrocław
www.oswdn.pl

Trochę historii

Poszukiwania sposobu komunikacji między osobami niewidomymi a widzącymi mają bardzo długą, sięgającą starożytności historię. Cycero w swoim zbiorze *Disputationum Tusculanarum* podaje nazwiska kilku świątłych niewidomych – Demokryt, Appius Claudius, Aufidius, Diodot, którzy budzili ogólny podziw oraz szacunek współczesnych. Przy przekazywaniu swej wiedzy korzystali oni z pewnością z pomocy lektorów i skrybów. Możemy jedynie przypuszczać, że podejmowali próby uniezależnienia się od osób trzecich poprzez poszukiwania środka komunikacji bez udziału wzroku.

Pierwsze udokumentowane próby opracowania pisma dostępnego dla niewidomych pochodzą z XIV w. W tym czasie niewidomy profesor uniwersytetu w Iraku Zain-Din Al Amidi opracował swoisty rodzaj wypukłego pisma, którym oznaczał tomy swego bogatego księgozbioru oraz sporządzał krótkie notatki.

Również na uniwersytetach europejskich pracują niewidomi uczeni, których działalność z pewnością skłaniała do poszukiwań środka utrwalania i przekazywania informacji. Dodatkowym bodźcem było wynalezienie druku pod koniec XV wieku, dzięki czemu książka stała się powszechnie dostępna dla osób widzących.

Francesco Lucas z Saragossy (1517) podawał w różnych wariantach pomysł grawerowania liter alfabetu na drewnianych tabliczkach. Kształtu liter, jego zdaniem, niewidomi mogliby się wyuczyć dotykiem palca. Z odmienną koncepcją występuje Erazm z Rotterdamu (1528). Wprawdzie również proponuje grawerować litery, ale na twardym materiale, np. na płytce z kości słoniowej lub metalu. Według niego niewidomy powinien tak długo wodzić rylcem po konturze wklęsłej litery, aż przyswoi sobie w pamięci ruch mięśniowy ręki. Gdy opanuje tę czynność, będzie mógł odręcznie pisać na papierze.

Należałoby tu zwrócić uwagę na charakterystyczną cechę każdego pełnowartościowego systemu zapisu. Informacja powinna być również możliwa do odczytania przez osobę piszącą, czego wielu pomysłów pisma dla niewidomych brakowało. Niebagatelną rolę odgrywa również technika wykonywania zapisu. Grawerowanie kształtu liter, czy też ich wytlaczanie jest możliwe, ale dosyć trudne, wolne i skomplikowane.

Z ciekawą inicjatywą wystąpił jezuita Lan Terzi, proponując w 1670 roku pismo będące kombinacją przecinających się pod kątem prostym linii oraz punktów wykluwanych na papierze rozmieszczonych na poszczególnych polach. W tym systemie zapisu niewidomy może nie tylko pisać, ale też sam odczytywać informację. Wprowadzenie przez Lana punktu i ramki do pisma odręcznego było rozwiązaniem nowatorskim, które w późniejszym czasie odegrało poważną rolę.



System pisma Lana Terzi

Ociemniały w dzieciństwie Mikołaj Saunderson, matematyk i fizyk, profesor uniwersytetu w Cambridge po zapoznaniu się z systemem Lana opracował tablice, na których przedstawiał informacje przy pomocy główek szpilek. Jak podaje Diderot, Saunderson potrafił na swoich tablicach przeprowadzać rozwiązania zawiłych problemów matematycznych, mógł siebie kontrolować, a zauważone pomyłki usuwać.

Wielu niewidomych opanowało techniki umożliwiające utrwalanie informacji. Większość z nich jednak posługiwała się znakami szyfrowymi. Jedynie nieliczni opanowali alfabet łaćniński i posługiwali się nim. Wszyscy należeli do klasy uprzywilejowanej. Nauczanie niewidomych nie było w żaden sposób zorganizowane.

Istotne zmiany w tej dziedzinie nastąpiły w wieku XVIII. Powstające wówczas nowe prądy i teorie dotyczące wychowania stały się przyczyną do poszukiwań metod edukacji niewidomych. Pionierem był francuz Walentyń Haüy, człowiek o dużym społecznym nastawieniu. Po udanych próbach nauczania żebraka Franciszka Leseur, zakłada w 1784 r. pierwszą w historii szkołę dla niewidomych. Eksperyment Walentego Haüy znajduje licznych naśladowców. Powstają kolejne szkoły podejmujące kształcenie

niewidomych. Powstają ośrodki w Anglii, w wielu stolicach europejskich, a także za Atlantykiem. Również w Polsce, przy istniejącym od 1817 roku Instytucie dla Głuchoniemych, powstaje w roku 1842 oddział dla niewidomych.

Wszystkie szkoły borykały się z tym samym problemem. Poszukiwano usilnie sposobu zapisu dostępnego dla niewidomych. Podejmowane próby opierały się jednak na wykorzystaniu sposobu zapisu stosowanego przez widzących, co niewidomym stwarzało trudności nie do pokonania.

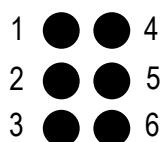
W tym okresie kapitan artylerii Charles Barbier opracował pismo-szyfr do celów wojskowych, które można było odczytywać dotykiem nawet w ciemnościach. Podobnie jak Lan Terzi w poprzednim wieku, Barbier do kodowania znaku pisma wprowadza wypukły punkt. Powstają różne szyfry przeznaczone dla różnych odbiorców. Podstawą znaku pisma Barbiera jest pionowy prostokąt złożony z dwóch szeregów punktów po sześć. Litery i dźwięki języka francuskiego kodowane są w tym systemie fonetycznie. Barbier, po opracowaniu odpowiedniej linijki do wykluwania znaków na papierze, przedstawił swój wynalazek w 1821 roku w Instytucie dla Niewidomych w Paryżu, oferując go do użytku szkoły.

Projekt nowego pisma, wprowadzony do Instytutu tytułem próby, spotkał się z entuzjastycznym przyjęciem ze strony wychowanków, bardziej sceptycznym – ze strony dyrekcji i personelu nauczycielskiego. Uczniowie mogli z łatwością sami pisać, wykonywać zadania szkolne, robić notatki i szybko je odczytywać. Jednakże fonetyczny sposób zapisu uniemożliwiał stosowanie ortografii, brak też było interpunkcji i cyfr. Istotną wadą zapisu Barbiera, mimo dużej ilości stosowanych wypukłych punktów, była mała ilość kombinacji znaków-symboli.

Ciekawa opinia o propozycji Barbiera wyrażona została przez specjalną komisję francuskiej Akademii Nauk (reprezentowaną przez Lacépède'a i Ampère'a), która po zapoznaniu się z systemem pisma orzekła w specjalnym raporcie: „Pismo zwyczajne jest sztuką przemawiającą do wzroku, podczas gdy to, które wynalazł Charles Barbier, jest sztuką przemawiającą do dotyku.”

Niektórzy zdolniejsi i bardziej ambitni wychowankowie instytutu szukali na własną rękę sposobu ulepszenia pisma. Do tej grupy należał młodociany Ludwik Braille, który do Instytutu został przyjęty jako dziesięcioletni chłopiec w 1819 roku. Zapoznawszy się z pismem Barbiera, Braille intuicyjnie wyczuł, że w tym kropkowym systemie, odbiegającym od konwencjonalnych liter, kryje się wielka przyszłość właściwego pisma dla niewidomych. W 1824 roku lojalnie przedstawił kapitanowi Barbierowi swój plan zreformowania systemu, ale ten odniósł się do propozycji negatywnie. Wówczas piętnastoletni Ludwik przystąpił do wprowadzenia radykalnych zmian.

W pierwszym etapie zredukował znak Barbiera do sześciu punktów, ustawiając je pionowo w dwóch rzędach po trzy, z których stworzył sześciopunktowy system dający możliwość 64 kombinacji ilości i wzajemnego rozmieszczenia punktów.



Otrzymane w ten sposób znaki rozmieścił w sześciu seriach po dziesięć i przeznaczył cztery pierwsze serie na ułożony w kolejności alfabet łaciński oraz litery z francuskimi znakami diakrytycznymi. Piątą i szóstą serię przeznaczył na interpunkcję, cyfry, itp.

Logiczne opracowanie tego systemu polega na tym, że dziesięć pierwszych liter alfabetu od a do j przedstawiono za pomocą kombinacji punktów 1, 2, 4, 5. Następne serie z literami powstają przez kolejne dodawanie najpierw punktu trzeciego, potem trzeciego i szóstego, wreszcie szóstego. Kształt litery brajlowskiej niewidomy odczuwa od razu opuszką palca, bez liczenia poszczególnych punktów.

Po kilku latach, dzięki swej pomysłowości i zdolności abstrakcyjnego myślenia, Ludwik Braille, który był wówczas korepetytorem i zarazem nauczycielem muzyki w Instytucie, rozbudował swój system w celu przystosowania go do notacji matematycznej, muzycznej, różnych języków, specjalnych symboli, itp.

Za właściwą datę powstania pisma brajlowskiego można uznać rok 1837, w którym ukazało się drugie wydanie instrukcji Braille'a opisującej zasady pisma punktowego. Przedstawiony w niej system o prostej strukturze, łatwy, przejrzysty, a nade wszystko otwarty, możliwy do przystosowania również do obcych języków, oparty wyłącznie na sześciopunkcie, był już właściwie skryształizowany.

Punktowe pismo Braille'a w Polsce

- 1864 - 1865 r. Pismo Braille'a było znane w Instytucie Głuchoniemych w Warszawie. Wskutek niechęci i braku zrozumienia problematyki, po kilku latach zaniechano nauki pisma Braille'a. Stosowano pismo Kleina.
- 1878 r. W Zakładzie Ciemnych we Lwowie wprowadzono do nauczania pismo punktowe Braille'a, dostosowane do języka polskiego przez ociemniałego polskiego emigranta w Paryżu Aleksandra Schönfelda.
- 1890 r. Dostosowano pismo Braille'a do języka polskiego i ponownie wprowadzono go do Instytutu w Warszawie.
- 1925 r. Pierwszy krajowy zjazd nauczycieli szkół specjalnych. Na podstawie będącego w użyciu tzw. „systemu bydgoskiego” ustalono polski alfabet Braille'a.
- 24 maja 1934 r. Dekret Ministerstwa Wyznań Religijnych i Oświecenia Publicznego zatwierdzający opracowany przez Elżbietę Różę Czacką i Teresę Landy system pisma punktowego Braille'a dla języka polskiego według numeracji Monnier'a oraz system polskich skrótów brajlowskich.
- 4 listopada 1981 r. Zarządzenie Ministra Oświaty i Wychowania w sprawie wprowadzenia w szkołach specjalnych dla niewidomych i niedowidzących zmodyfikowanego polskiego alfabetu w systemie Braille'a oraz ortograficznych skrótów brajlowskich.
- 1994 Andrzej Galbarski *Podręcznik dla przepisywujących książki systemem Braille'a* Wydanie pierwsze, Polski Związek Niewidomych, Zakład Nagrań i Wydawnictw, Warszawa 1994.
- 2003 Poradnik *Zasady stosowania częściowo zmodyfikowanego zapisu brajlowskiego wykorzystywanego w publikacjach o charakterze humanistycznym. Poradnik dla nauczycieli, instruktorów brajla, wydawców publikacji brajlowskich oraz osób korzystających z pisma Braille'a* ZG PZN, Warszawa 2003.

Punktowe pismo Braille'a w zapisach matematycznych

- 1929 – 1937 Prace międzynarodowej komisji nad opracowaniem jednolitego systemu brajlowskich zapisów matematycznych.
- 1941 Colonel Stafford *Międzynarodowy Kod Brajlowski Matematyczny i Chemiczny* Anglia. Zaproponowany system kodowania wymagał dalszych prac.
- 1955 Helmut Epheser *Międzynarodowa Brajlowska Notacja Matematyczna dla Niewidomych* Niemcy, Hannover-Marburg 1955.
Opracowany zwarty i spójny system zapisu. Został wprowadzony w wielu krajach.
- 1967 Dr Helmut Epheser *Międzynarodowa Brajlowska Notacja Matematyczna* w tłumaczeniu i opracowaniu Marii i Andrzeja Adamczyków, Zarząd Główny Polskiego Związku Niewidomych, Warszawa 1967.
- 1986, 1992 Helmut Epheser *Międzynarodowa Brajlowska Notacja Matematyczna dla Niewidomych* Niemcy, Hannover-Marburg, 1986 – wersja brajlowska, 1992 – wersja czarnodrukowa. Zmodyfikowana notacja z 1955 roku. Wprowadzono nowe symbole oraz zmieniono system zapisu wielopoziomowych wyrażeń.
- 1994 Andrzej Galbarski *Podręcznik dla przepisywujących książki systemem Braille'a* Wydanie pierwsze, Polski Związek Niewidomych, Zakład Nagrań i Wydawnictw, Warszawa 1994.
- 2002 Praca zbiorowa pod redakcją Jana Świerczka *Brajlowska notacja matematyczna, fizyczna, chemiczna – Poradnik dla nauczycieli* Kraków 2002.
- 2004 Marek Kalbarczyk, dr Jan Omieciński *I Ty możesz być matematykiem, Notacja matematyczna dla niewidomych*, PORADNIK Fundacja Unia Pomocy Niepełnosprawnym „Szansa”.

SPIS TREŚCI

| | |
|--|----|
| ZNAKI PISMA BRAILLE'A | 1 |
| WSTĘP | 2 |
| Zapisy stosowane w Poradniku | 2 |
| Następstwo znaków | 3 |
| LICZBY | 4 |
| Liczebniki główne | 4 |
| Liczebniki porządkowe | 4 |
| Liczby całkowite | 4 |
| Zapis liczb wielopozycyjnych | 4 |
| Liczby dziesiętne | 5 |
| Procenty i promile | 5 |
| Rzymski zapis liczb | 5 |
| ZNAKI ALFABETU | 6 |
| Zapis liter łacińskich | 6 |
| Zapis liter greckich | 6 |
| Znaki druku wyróżnionego | 6 |
| Alfabet grecki | 7 |
| Zasady stosowania znaków alfabetu i druku wyróżnionego | 7 |
| ZAPIS JEDNOSTEK – PODSTAWY | 8 |
| ZAPIS DATY I CZASU | 9 |
| Zapis daty | 9 |
| Zapis czasu | 9 |
| ZNAKI DZIAŁAŃ I RELACJI | 10 |
| Znaki działań | 10 |
| Znaki relacji | 11 |
| NAWIASY | 11 |
| Nawiasy matematyczne | 11 |
| Nawiasy dla tekstu niematematycznego | 12 |
| WARTOŚĆ BEZWZGLĘDNA – MODUŁ | 12 |
| DZIELNIKI LICZB | 12 |
| ODDZIELANIE LICZB OD ZNAKÓW PRZESTANKOWYCH | 13 |
| PRZENOSZENIE CZĘŚCI WYRAŻEŃ MATEMATYCZNYCH DO NASTĘPNEGO WIERSZA | 14 |
| WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE | 15 |
| ZBIORY | 16 |
| Oznaczenia zbiorów i zbiorów liczbowych | 16 |
| Znaki relacji i działań na zbiorach | 16 |
| Inne symbole używane w algebrze zbiorów | 17 |
| Graficzne przedstawienie przedziałów | 20 |
| TECHNIKA PROJEKCJI | 22 |
| Zasady techniki projekcji | 22 |
| Projektory proste | 22 |
| Projektory złożone | 23 |
| Projektory szczegółowe | 23 |
| UŁAMKI | 25 |
| Pełny zapis ułamków | 25 |
| Skrócony zapis ułamków | 25 |
| Ułamki zwykłe | 26 |

| | |
|---|----|
| Liczby mieszane..... | 26 |
| Przykłady działań na ułamkach zwykłych..... | 27 |
| Ułamki algebraiczne..... | 27 |
| Nawiasy – czy zapis skrócony?..... | 29 |
| Ułamki złożone..... | 30 |
| POTĘGI I WSKAŹNIKI..... | 31 |
| Znaki kluczy dla wykładników potęgi i wskaźników prawostronnych..... | 31 |
| Kolejność wskaźników prawostronnych i wykładnika potęgi..... | 34 |
| Tak zwane „znaczkę”..... | 34 |
| Poziome znaki nawiasujące..... | 35 |
| Wskaźniki lewostronne..... | 36 |
| PIERWIASTKI..... | 37 |
| Prosty znak pierwiastka..... | 37 |
| Złożony znak pierwiastka..... | 38 |
| Szczegółowy znak pierwiastka..... | 38 |
| Przykłady zapisu wyrażeń z użyciem potęg, pierwiastków oraz wskaźników..... | 39 |
| FUNKCJE..... | 40 |
| Funkcje..... | 40 |
| Funkcja odwrotna..... | 40 |
| Funkcja złożona..... | 41 |
| Constans..... | 41 |
| Signum..... | 41 |
| Przykłady zapisów funkcji..... | 41 |
| Graficzne przedstawienie wykresów wielomianów..... | 42 |
| DUŻA KLAMRA ŁĄCZĄCA KILKA WIERSZY..... | 43 |
| RÓWNANIA I UKŁADY RÓWNAŃ..... | 44 |
| Równania..... | 44 |
| Układy równań..... | 45 |
| Znaki wyznaczników i macierzy..... | 46 |
| LOGARYTMY..... | 47 |
| GEOMETRIA..... | 48 |
| Podstawowe symbole geometryczne..... | 48 |
| Oznaczenia wektorów..... | 49 |
| Geometria analityczna..... | 50 |
| TRYGONOMETRIA..... | 51 |
| Miara stopniowa kąta..... | 51 |
| Miara łukowa kąta..... | 51 |
| Funkcje trygonometryczne..... | 52 |
| Odwrotne funkcje trygonometryczne..... | 53 |
| LOGIKA MATEMATYCZNA..... | 54 |
| Symbole logiczne..... | 54 |
| Kwantyfikatory..... | 54 |
| RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA I KOMBINATORYKA..... | 55 |
| Silnia..... | 55 |
| GRANICE..... | 56 |
| Symbole używane w zapisie granic..... | 56 |
| POCHODNE..... | 57 |
| CAŁKI..... | 57 |
| WZAJEMNE POŁOŻENIE ZNAKÓW..... | 58 |
| BRAJLOWSKA NOTACJA FIZYCZNA – UWAGI..... | 60 |

| | |
|--|----|
| WSKAŹNIKI I „ZNACZKI” WE WZORACH FIZYCZNYCH | 60 |
| Strzałki w zapisach fizycznych | 62 |
| Wskaźniki lewostronne w zapisach fizycznych..... | 65 |
| PRZYKŁADY ZAPISU RÓŻNYCH WZORÓW FIZYCZNYCH | 66 |
| Wybrane zagadnienia transkrypcji brajlowskiej | 66 |
| Przykłady wyrażeń z wykorzystaniem złożonych znaków kluczy | 68 |
| JEDNOSTKI I DZIAŁANIA NA JEDNOSTKACH..... | 69 |
| Symbole słowne, znak miana..... | 69 |
| Podstawowe jednostki układu SI..... | 69 |
| Uzupełniające jednostki układu SI..... | 69 |
| Pochodne jednostki układu SI..... | 69 |
| Przedrostki jednostek układu SI..... | 71 |
| Często używane jednostki spoza układu SI | 72 |
| Zasady obowiązujące w stosowaniu znaku miana | 74 |
| Jednostki główne – przykłady | 75 |
| Jednostki temperatury..... | 75 |
| Jednostki we wzorach i wyrażeniach fizycznych | 76 |
| BRAJLOWSKA NOTACJA CHEMICZNA – UWAGI | 77 |
| PODSTAWOWE SYMBOLE I ZNAKI STOSOWANE W CHEMII | 77 |
| Symbole pierwiastków..... | 77 |
| Wzory cząsteczek | 77 |
| Indeksy stechiometryczne..... | 78 |
| Współczynniki stechiometryczne..... | 78 |
| Symbole strzałek w zapisach chemicznych..... | 79 |
| Reakcja katalizowana | 79 |
| Wskaźniki | 79 |
| Jony | 80 |
| Hydraty..... | 80 |
| Budowa atomu | 81 |
| Elektroujemność pierwiastków | 81 |
| Rozmieszczenie elektronów walencyjnych przy atomie | 82 |
| Pary elektronowe niewiążące..... | 82 |
| Rozmieszczenie par elektronów wiążących | 82 |
| Wiązania chemiczne | 83 |
| Konfiguracja elektronowa..... | 84 |
| Zapis elektronu | 84 |
| Wartościowość..... | 84 |
| Stopnie utlenienia pierwiastków | 85 |
| REAKCJE CHEMICZNE..... | 85 |
| Powstawanie soli..... | 85 |
| Powstawanie soli nierozpuszczalnej | 85 |
| Reakcja odwracalna..... | 86 |
| Reakcja dysocjacji..... | 86 |
| Reakcje utleniania i redukcji..... | 86 |
| Bilans elektronowy w reakcjach utleniania i redukcji | 86 |
| Schemat ciągu reakcji..... | 86 |
| Zapis jednostek [chem.] | 87 |
| Stężenie procentowe roztworu | 87 |
| WZORY OGÓLNE..... | 88 |
| WZORY PÓLSTRUKTURALNE I STRUKTURALNE | 88 |

| | |
|---|-----|
| Wiązania między atomami | 88 |
| Wzory strukturalne związków nieorganicznych | 89 |
| Wzory strukturalne i półstrukturalne związków organicznych..... | 89 |
| Związki pierścieniowe | 92 |
| LITERATURA..... | 102 |
| SPIS TREŚCI – ALFABETYCZNIE..... | 103 |
| INDEKS | 107 |

ZNAKI PISMA BRAILLE'A

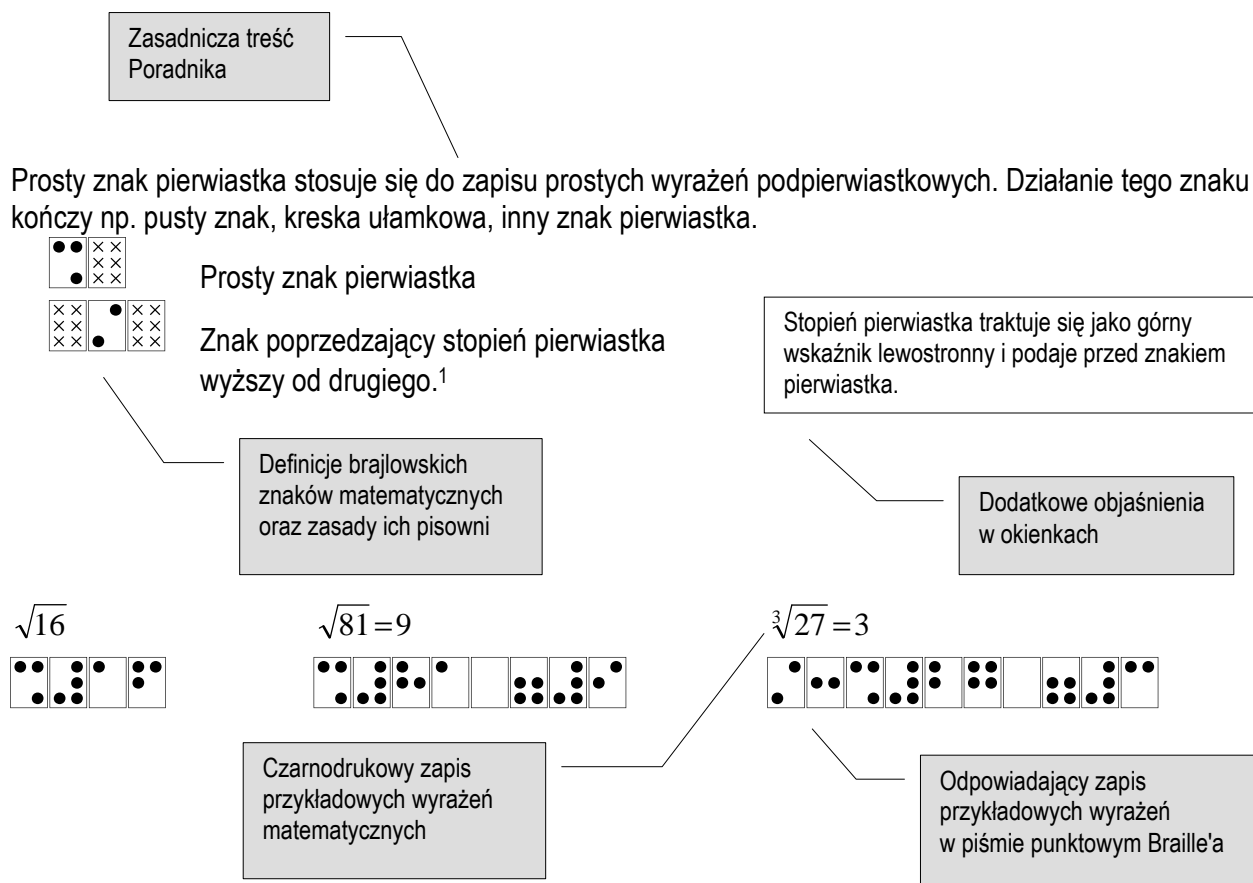
Poniżej przedstawione są wszystkie znaki punktowego pisma w układzie serii, jakie zaproponował Ludwik Braille. Schemat zawiera litery alfabetu łacińskiego, znaki interpunkcyjne oraz inne znaki o zastosowaniu uniwersalnym. Ponadto podano znaki przyporządkowane narodowym literom polskim.

| | | | | | | | | | | |
|-----------------|---------|---|--------------|---|-------------|-------------------|--------------|---|---|---------|
| a | b | c | d | e | f | g | h | i | j | seria 1 |
| | | | | | | | | | | |
| k | l | m | n | o | p | q | r | s | t | seria 2 |
| | | | | | | | | | | |
| u | v | x | y | z | ż | | | ź | | seria 3 |
| | | | | | | | | | | |
| ą | ł | ć | ń | ę | | | | ś | w | seria 4 |
| | | | | | | | | | | |
| , | ; | : | / | ? | ! | () | ” | * | ” | seria 5 |
| | | | | | | | | | | |
| | | | znak wiersza | ó | znak liczby | znak dużej litery | znak kursywy | | | |
| | | | | | | | | | | seria 6 |
| apostrof kropka | łącznik | | pusty znak | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |


WSTĘP


Zapisy stosowane w Poradniku



Sposoby przedstawienia zróżnicowanej informacji Poradnika pokazane są na poniższym jego fragmencie.



Bardziej szczegółowego objaśnienia wymagają definicje brajlowskich znaków matematycznych oraz zasad pisowni. Ograniczona do 64 liczba znaków brajlowskich wymusza w zapisie matematycznym precyzyjne i konsekwentne stosowanie określonych reguł. Ten sam znak może mieć bowiem wiele znaczeń. Istotną rolę w zapisie brajlowskim odgrywa następstwo znaków. Szczególnie ważną informację wyraża także brak znaku, (odstęp, przerwa). W takim przypadku w zapisie wyrażeń mówi się bardzo często o tzw. „pustym znaku”. W tym celu w Poradniku w definicjach znaków brajlowskich zastosowano dwa specjalne znaki:

² orientacyjny znak zastępujący dowolny znak brajlowski,

 pusty znak (przerwa, odstęp, brak znaku).

Orientacyjny znak  ułatwia widzącym poznawanie zasad matematycznego zapisu brajlowskiego. Znak ten nie jest tzw. „sześciopunktem”, oznaczanym w Poradniku jako .

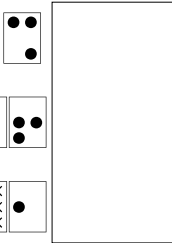





Powyższe znaki używane w definicjach określają jednoznacznie „sąsiedztwo” definiowanych symboli.

¹ Rozdział Poradnika – *Wskaźniki lewostronne*.

² Znak zaczerpnięty z opracowania T. Rynkowskiego – *Matematyka pisana brajlem*, Owińska 2000. [6]

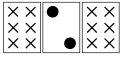
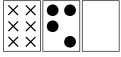
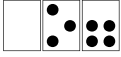


Następstwo znaków³

Ze względu na położenie „pustego znaku” w matematycznym zapisie brajlowskim wyróżnia się 6 grup znaków.

| | Definicja znaku | Odstęp przed znakiem | Odstęp po znaku |
|----------|---|---|--|
| Grupa A |  | TAK lub NIE | Uwzględnia definicja grup znaków A', B', C' . |
| Grupa B |  | TAK | |
| Grupa C |  | NIE | |
| Grupa A' |  | Uwzględnia definicja grup znaków A, B, C . | TAK lub NIE |
| Grupa B' |  | | TAK |
| Grupa C' |  | | NIE |

Ze względu na przejrzystość zapisu w powyższym zestawieniu podano jedynie po jednym znaku z każdej grupy.

Pełna definicja zawiera w sobie określenie następstwa znaków przed i po definiowanym symbolu.

| Definicja znaku | Odstęp przed znakiem | Odstęp po znaku |
|---|----------------------|-----------------|
|  | NIE | NIE |
|  | NIE | TAK |
|  | TAK | NIE |
|  | TAK lub NIE | TAK lub NIE |
|  | TAK lub NIE | TAK |

W zapisie wyrażeń matematycznych mogą mieć miejsce przypadki następstwa znaków, w których konsekwentne stosowanie „pustego znaku” według podanych powyżej reguł prowadzi do sprzeczności. Zagadnienie to jest szczegółowo omówione w rozdziale Poradnika – *Wzajemne położenie znaków*.

³ Symbole w zestawieniu są rzeczywistymi znakami matematycznymi. Ich szczegółowe definicje, znaczenie oraz zasady stosowania omówione są w dalszych rozdziałach Poradnika.

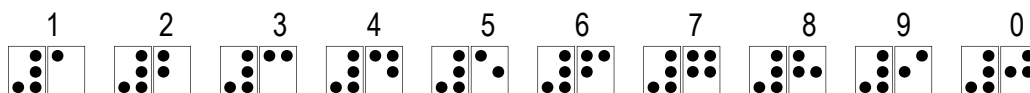
LICZBY

W zapisie liczb arabskich w piśmie punktowym Braille'a wykorzystuje się znaki pierwszej serii alfabetu poprzedzone *znakiem liczbowym* (znakiem liczby).



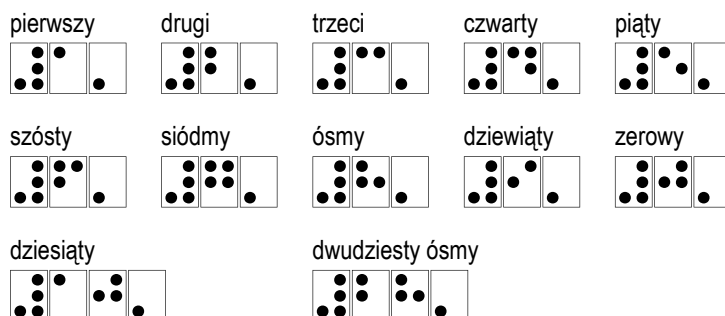
– znak liczbowy, znak liczby

Liczebniki główne

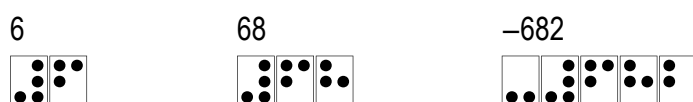


Liczebniki porządkowe

Liczebniki porządkowe zapisuje się stawiając kropkę po liczbie.



Liczby całkowite



Zapis liczb wielopozycyjnych

2.584.537.028 ⁴

Bardzo czytelny jest zapis z zastosowaniem znaku kropki

2584537028

Ta sama liczba zapisana bez znaku kropki jest mniej czytelna.

Jako separatora grup cyfr w liczbach wielopozycyjnych nie wolno używać pustego znaku (odstęp).

⁴ W piśmie punktowym Braille'a w zapisie liczb dziesiętnych jako znaku oddzielającego część całkowitą od dziesiętnej używa się wyłącznie przecinka (rozdział Poradnika – *Liczby dziesiętne*). W zapisie brajlowskim nie wystąpi więc niejednoznaczność, która ma miejsce niekiedy w zapisie czarnodrukowym, w którym używa się czasem kropki dziesiętnej.

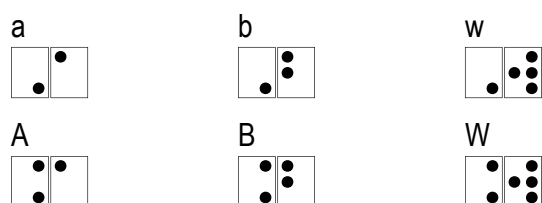
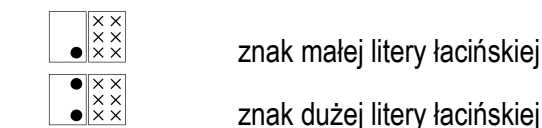
ZNAKI ALFABETU

W zapisie punktowym Braille'a te same znaki wykorzystywane są do zapisywania liter różnych alfabetów. Ponadto ten sam znak może oznaczać małą lub dużą literę. Jednoznaczny zapis umożliwiają specjalne znaki kluczowe zwane *znakami alfabetu*.

Zapis liter łacińskich

Litery alfabetu łacińskiego używane są do zapisu wyrażeń algebraicznych, jednostek, symbolicznego oznaczania wielkości fizycznych, w zapisie reakcji chemicznych i wielu innych przypadkach.

Do oznaczania liter łacińskich stosuje się następujące znaki kluczowe:

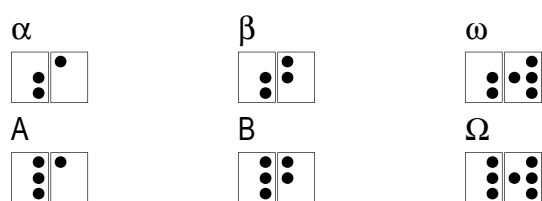
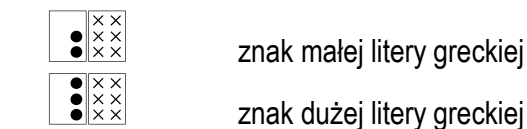


Znaki alfabetu poprzedzają znak właściwej litery.

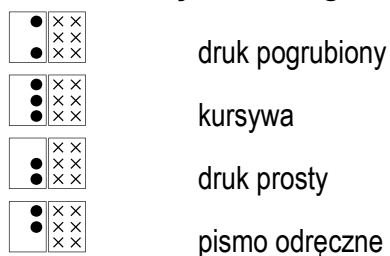
Zapis liter greckich

Litery alfabetu greckiego wykorzystywane są przede wszystkim do oznaczenia kątów. Można je również spotkać w różnych działach matematyki, fizyki i chemii.

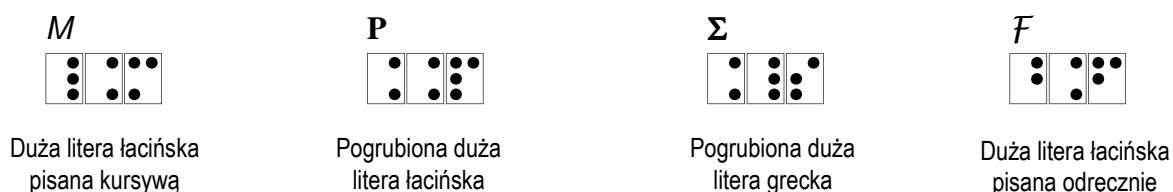
Do oznaczania liter greckich stosuje się następujące znaki kluczowe:



Znaki druku wyróżnionego



Znak rodzaju druku może być stosowany tylko w połączeniu ze znakiem alfabetu. Po nim następuje znak alfabetu i litera.



Alfabet grecki

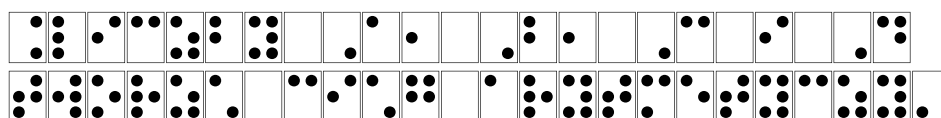
| | | | | | | | | |
|-------|----------|----------|---------|------------|------------|---------|------------|----------|
| alfa | α | A | beta | β | B | gamma | γ | Γ |
| delta | δ | Δ | epsilon | ϵ | E | zeta | ζ | Z |
| eta | η | H | teta | θ | Θ | jota | ι | I |
| kappa | κ | K | lambda | λ | Λ | mi | μ | M |
| ni | ν | N | ksi | ξ | Ξ | omikron | \omicron | O |
| pi | π | Π | ro | ρ | P | sigma | σ | Σ |
| tau | τ | T | ypsilon | υ | Υ | fi | ϕ | Φ |
| chi | χ | X | psi | ψ | Ψ | omega | ω | Ω |

Zasady stosowania znaków alfabetu i druku wyróżnionego⁶

Znaki alfabetu, w celu wyeliminowania niejednoznaczności zapisu, muszą być użyte w następujących sytuacjach:

1. Przed literą zastępującą wyrażenie matematyczne i występującą osobno w tekście matematycznym, np.

Liczby a , b , c i d tworzą ciąg arytmetyczny.



Litery a , b , c , d oznaczające określone liczby poprzedzono znakiem małej litery łacińskiej. Spójnik „i” nie jest poprzedzony żadnym znakiem kluczowym.

⁶ Podane reguły nie mają charakteru filologicznego, lecz odnoszą się do brajlowskiej notacji matematycznej.

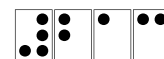
- Przed pierwszą literą wyrażenia matematycznego⁷.
- Przed literą pierwszej serii alfabetu Braille'a będącą zmienną w wyrażeniu matematycznym, aby litera ta nie została odczytana jako kolejna cyfra.

2ac



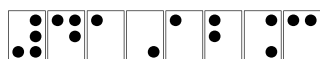
Pominięcie znaku małej litery łacińskiej w wyrażeniu 2ac spowoduje jego odczyt jako liczby 213.

213

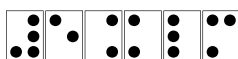


- Postawiony raz znak alfabetu lub rodzaju druku⁸ w wyrażeniu matematycznym obowiązuje do końca tego wyrażenia lub do odwołania go znakiem innego alfabetu lub rodzaju druku.

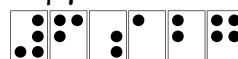
41abC



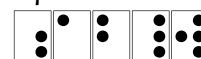
5KLM



6αβγ

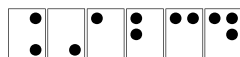


αβΩ

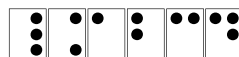


Ponieważ większość tekstów sporządza się w druku prostym (zwykłym), znak druku prostego (w odróżnieniu od pogrubionego, czy pochylonego) najczęściej się pomija. Jeżeli zachodzi konieczność pokazania innego rodzaju druku niż prosty, wówczas znak druku powinien poprzedzać znak alfabetu. Złożenie dwóch znaków (druku i alfabetu) oznacza, że pierwszy z nich jest znakiem druku, a drugi znakiem alfabetu.

abcd

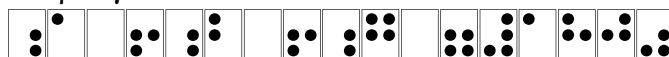


ABCD

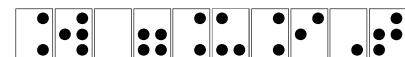


- Znaki alfabetu można stosować nadmiarowo w wyrażeniach algebraicznych i wzorach, jeżeli zachodzi obawa, że rodzaj litery może być źle odczytany np. wskutek niewystarczającego doświadczenia adresata zapisu (np. ucznia).

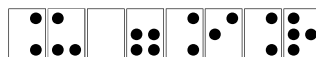
$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$



$W = UIt$



$U = IR$



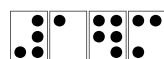
ZAPIS JEDNOSTEK – PODSTAWY⁹

Jednostki w zapisie punktowym Braille'a poprzedza się kluczowym znakiem jednostki, nazywanym także *znakiem miana*.



– znak miana, znak jednostki

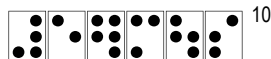
1m



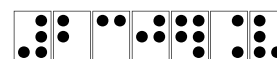
1km



$5 \frac{m}{s}$




230V



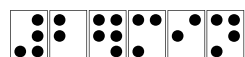
⁷ Rozdział Poradnika – Wyrażenia algebraiczne.

⁸ Rozdziały Poradnika – Zapis liter łacińskich, Zapis liter greckich, Znaki druku wyróżnionego.

⁹ Zagadnienia zapisu jednostek omówione są w rozdziale Poradnika – Jednostki i działania na jednostkach.

¹⁰ W zapisie tej jednostki użyto znaku kreski ułamkowej . Znak ten omówiony jest w rozdziale Poradnika – Ułamki.

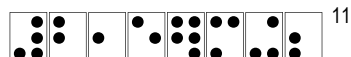
2min



5N



2,5m²



Jednostki pisane w pełnym brzmieniu nie są poprzedzane znakiem miana.

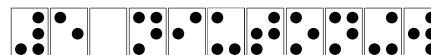
Jeden metr



1 metr

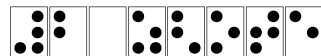


5 niutonów



Znaku miana nie używa się przy nazwach i skrótach walut. Nazwę waluty lub jej skrót należy od liczby oddzielić przerwą.

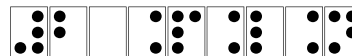
2 złote



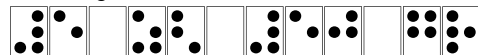
2 zł



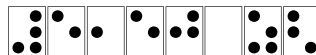
2 PLN



5 zł 50 gr



5,50 zł



2 €

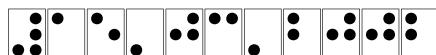


ZAPIS DATY I CZASU

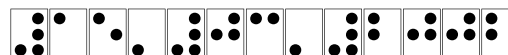
Zapis daty

Daty należy pisać zgodnie z kolejnością ich składników w piśmie czarnodrukowym rozdzielając składowe części zapisu kropkami, ukośnikami lub łącznikami – jak w druku płaskim – poprzedzając pierwszą z nich znakiem liczbowym. Przy zapisie używa się cyfr górnych (pierwszej serii). Dopuszcza się zapis, w którym znak liczbowy poprzedza każdy składnik daty.

15.03.2002



lub



98/08/26



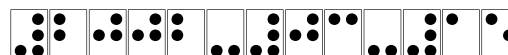
lub



2002-03-15



lub



Spotyka się także zapisy z użyciem liczb rzymskich.¹²

15 II 2011



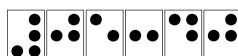
Zapis czasu

Przy zapisie czasu pełną godzinę zapisuje się liczebnikiem głównym (znaki pierwszej serii). Minuty zapisuje się bezpośrednio po kropce (trzecim punkcie) lub po dwukropku znakami tej samej serii (minut nie poprzedza się znakiem liczby).

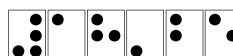
0²⁰



05:40



18.25



¹¹ W zapisie użyto znaku wykładnika potęgi . Znak ten jest omówiony w rozdziale Poradnika – Potęgi i wskaźniki.

¹² Rozdział Poradnika – Rzymski zapis liczb.

ZNAKI DZIAŁAŃ I RELACJI

Znaki działań

| | | | |
|---|--|--|-------------------------|
| + | | dodawanie | dodawanie i odejmowanie |
| - | | odejmowanie | |
| ± | | plus-minus | |
| ∓ | | minus-plus | |
| · | | kropka w zapisie z odstępem | mnożenie |
| · | | kropka w zapisie bez odstępu | |
| × | | krzyżyk | |
| : | | znak dzielenia | dzielenie |
| | | kreska ułamkowa w pełnym zapisie ułamka | |
| | | kreska ułamkowa w skróconym zapisie ułamka | |

Uwaga:

- Znaki działań w zapisie punktowym Braille'a należą do grupy znaków, które muszą być poprzedzone odstępem – pustym znakiem.
- Wyjątek stanowi *znak mnożenia*, który może być pisany dwojako – z odstępem lub bez odstępu.
- W polskiej notacji matematycznej pozostawiono jako znak dzielenia (dwukropek). W notacji marburskiej z 1986 roku znakiem dzielenia jest znak
- Zapis kreski ułamkowej omówiono dokładnie w rozdziale Poradnika – *Ułamki*.

| | |
|------------------|--------------------------------|
| $5 + x$ | |
| $67 : 14$ | |
| $24,6 + 2 - 4,8$ | |
| | w zapisie z kropką z odstępem |
| $12 \cdot 3$ | |
| | w zapisie z kropką bez odstępu |

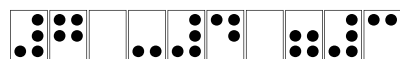
- Brak odstępu przed znakiem działania (z wyjątkiem *znaku mnożenia*) jest poważnym błędem zapisu.

Działanie $5 + x$ zapisane w piśmie punktowym Braille'a błędnie bez odstępu oznacza $\frac{5}{6}x$, bowiem trzy pierwsze znaki to ułamek $\frac{5}{6}$.

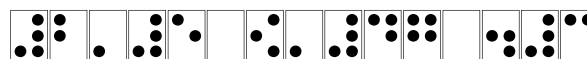
Znaki relacji

| | | |
|----|--|-----------------------------|
| = | | równa się |
| ≠ | | nie równa się |
| ≡ | | równa się tożsamościowo |
| ≢ | | nie równa się tożsamościowo |
| := | | równa się z definicji |
| ≈ | | równa się w przybliżeniu |
| > | | większy |
| ≥ | | większy lub równy |
| ⋈ | | nie większy |
| ≫ | | znacznie większy |
| < | | mniejszy |
| ≤ | | mniejszy lub równy |
| ⋈ | | nie mniejszy |
| ≪ | | znacznie mniejszy |

$$7 - 4 = 3$$



$$2 \cdot 5 < 47 : 3$$

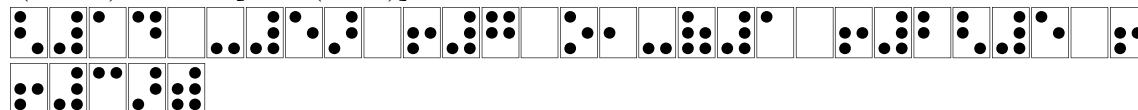


NAWIASY

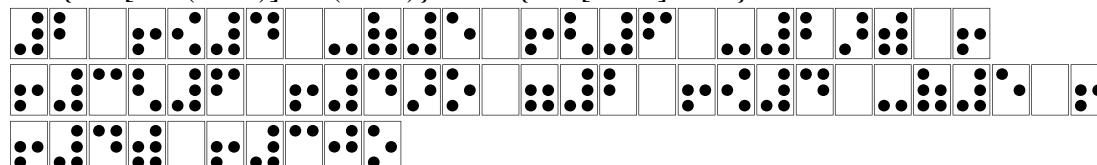
Nawiasy matematyczne

| | | |
|---------|--|------------|
| (...) | | okrągłe |
| [...] | | kwadratowe |
| { ... } | | klamrowe |
| < ... > | | trójkątne |

$$(14 - 5) + 7 > - [1 + 2(5 + 3)]$$




$$2 + \{4 - [5 + (6 - 2)]\} + 3(6 + 4) = 2 + \{4 - [5 + 4] + 30\}$$

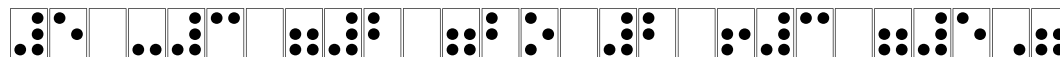


Nawiasy dla tekstu niematematycznego


Nawiasy dla tekstu niematematycznego stosowane są w celu dodatkowych wyjaśnień. Czasem nazywane są nawiasami literackimi. W piśmie czarnodrukowym mają postać nawiasów okrągłych.

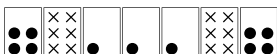
(...)  nawiasy literackie dla tekstu niematematycznego

$$5 - 3 = 2 \text{ (bo } 2 + 3 = 5)$$



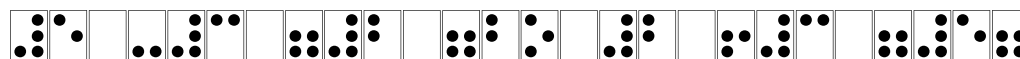
[1]

O ile nie prowadzi to do nieporozumień, to znak  przed nawiasem otwierającym lub zamykającym pomija się.

(...) 

Nie należy jednak pomijać tego znaku, gdy koniec nawiasu występuje bezpośrednio po liczbie.

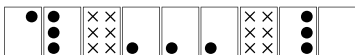
Pominięcie znaku  przed nawiasem zamykającym tekst w wyrażeniu [1] zupełnie zmieni jego treść.



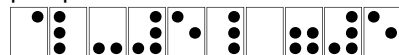
Wyrażenie to zostanie odczytane jako

$$5 - 3 = 2 \text{ (bo } 2 + 3 = \frac{5}{7}^{13}$$

WARTOŚĆ BEZWZGLĘDNA – MODUŁ

| ... |  wartość bezwzględna, moduł


$$|-5| = 5$$



$$-|-(7 + 4)| < |(4 - 7)|$$



DZIELNIKI LICZB

|  jest dzielnikiem

∤  nie jest dzielnikiem

$$5 \mid 25 \text{ (5 jest dzielnikiem 25)}$$

 lub 

$$5 \nmid 27 \text{ (5 nie jest dzielnikiem 27)}$$



¹³ Zapis ułamków omówiono w rozdziale Poradnika – Ułamki.

ODDZIELANIE LICZB OD ZNAKÓW PRZESTANKOWYCH

Następujące znaki przestankowe

| | | |
|---|--|---|
| : | | dwukropek |
| ; | | średnik |
| ? | | znak zapytania |
| ! | | wykrzyknik |
| " | | zamknięty cudzysłów |
|) | | nawias zamknięty dla tekstu niematematycznego ¹⁴ |
| , | | przecinek |

należą do grupy znaków używanych w zapisach matematycznych, które muszą być pisane bez żadnego odstępu po lewej stronie. Przed znakiem przestankowym po liczbie stawia się szósty punkt. Zasada ta nie dotyczy zapisu daty.¹⁵

| Prawidłowy zapis z użyciem znaku | Przy pomyłkowo pominiętym znaku |
|----------------------------------|---------------------------------|
| 12; | $\frac{12}{2}$ |
| 12? | $\frac{12}{5}$ |
| 12! | $\frac{12}{6}$ |

Prawidłowy zapis liczb i znaków przestankowych jest bardzo istotny przy podawaniu współrzędnych punktów, zapisie przedziałów liczbowych, zbiorów itp.

| | |
|----------------------------|--|
| $P = (3,5)$ | |
| $P = (3,2 ; 5,4)$ | |
| $X = \{1, 2, 3, 4\}$ | |
| $(3,2 ; 5,4)$ | |
| $A = \langle 2, 5 \rangle$ | |

Użycie znaków interpunkcyjnych może powodować niejednoznaczności nie tylko w zapisie liczb. Użycie znaku w poniższym przykładzie przed przecinkiem występującym bezpośrednio po nawiasie klamrowym zamykającym eliminuje niejednoznaczność – nawias klamrowy, a za nim przecinek, czy znak większości?

| | |
|--------------------|--|
| $B = \{2, 5, 6\},$ | |
|--------------------|--|

¹⁴ Przypadek tego znaku omówiono już powyżej w rozdziale Poradnika – Nawiasy dla tekstu niematematycznego.

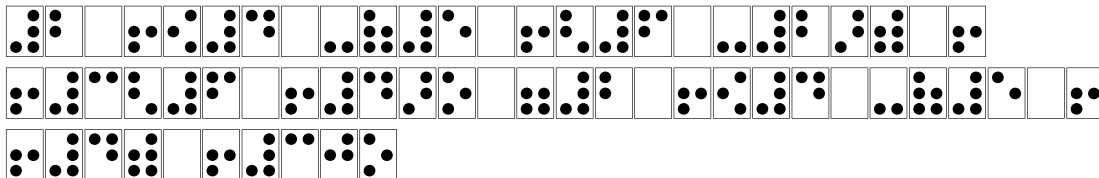
¹⁵ Rozdział poradnika – Zapis daty.

PRZENOSZENIE CZĘŚCI WYRAŻEŃ MATEMATYCZNYCH DO NASTĘPNEGO WIERSZA

Podczas przenoszenia części wyrażeń matematycznych do następnych linii stosuje się następujące zasady:

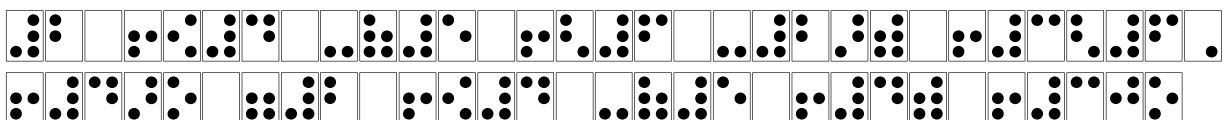
1. O ile jest to tylko możliwe część wyrażenia matematycznego nie mieszcząca się w wierszu należy przenieść na znak działania matematycznego lub znaku równości, który stawia się na końcu i powtarza na początku następnego wiersza.

$$2 + \{4 - [5 + (6 - 2)] + 3(6 + 4)\} = 2 + \{4 - [5 + 4] + 30\}$$



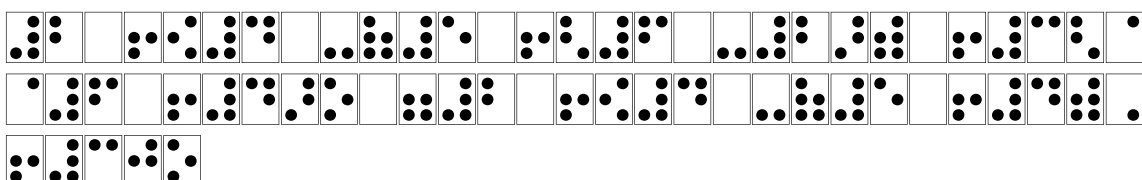
2. Wyrażenie matematyczne można również przenosić w miejscu, gdzie występuje pusty znak. W takim przypadku, jako znaku przenoszenia używa się punktu 6., stawiając go w miejscu pustej kratki, na której wzór został przerwany. Znak \square_6 oznacza, że wzór nie kończy się w danej linii.

$$2 + \{4 - [5 + (6 - 2)] + 3(6 + 4)\} = 2 + \{4 - [5 + 4] + 30\}$$



3. Jeżeli wyrażenie matematyczne zostało przerwane w miejscu, gdzie nie ma pustej kratki, wtedy jako znaku przenoszenia używa się znaku \square_6 . Znak ten należy powtórzyć na początku następnej linijki.

$$2 + \{4 - [5 + (6 - 2)] + 3(6 + 4)\} = 2 + \{4 - [5 + 4] + 30\}$$



WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

Do oznaczania zmiennych występujących w wyrażeniach algebraicznych wykorzystuje się odpowiednie znaki alfabetów. Notacja brajlowska określa również precyzyjnie reguły ich stosowania.¹⁶

Ponadto w zapisie wyrażen algebraicznych obowiązują następujące zasady:

1. Raz postawiony znak alfabetu w wyrażeniu obowiązuje do końca tego wyrażenia lub do odwołania go innym znakiem alfabetu.
2. Użycie znaku alfabetu wymagane jest przed pierwszą literą wyrażenia matematycznego. Znak alfabetu należy również stawiać przed literą oznaczającą wyrażenie matematyczne i występującą osobno w tekście matematycznym. Zagadnienie to omówiono w rozdziale Poradnika – *Zasady stosowania znaków alfabetu i druku wyróżnionego (zasada 1.)*.

$$3a + b + c \quad [2]$$



Znak małej litery łacińskiej \mathfrak{a} przed zmienną \mathfrak{a} w zapisie brajlowskim wyrażenia [2] został użyty tylko jeden raz – zgodnie z pierwszą zasadą.

$$3x + y + z \quad [3]$$

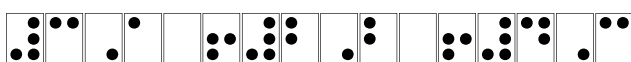


Bardzo podobne w zapisie czarnodrukowym wyrażenie [3] do wyrażenia [2], w zapisie brajlowskim stwarza odmienne problemy. Zmienne a , b , c należą do pierwszej serii alfabetu Braille'a i przy pominięciu znaku alfabetu mogą być w niektórych przypadkach odczytane jako liczby. W przypadku zmiennych x , y , z niejednoznaczność ta nie występuje.

Pominięcie znaku małej litery łacińskiej \mathfrak{x} przed zmienną \mathfrak{x} w wyrażeniu [3] nie spowoduje niejednoznaczności odczytu. Zgodnie z drugą zasadą znak ten należy jednak postawić.

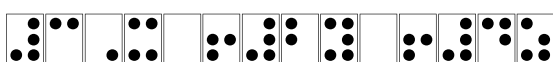
Zastosowanie omówionych powyżej zasad ilustrują kolejne przykłady

$$3a + 2b + 4c \quad [4]$$



W zapisie brajlowskim wyrażenia [4] konieczne było użycie znaku małej litery łacińskiej \mathfrak{a} przed każdą ze zmiennych.

$$3x + 2y + 4z \quad [5]$$

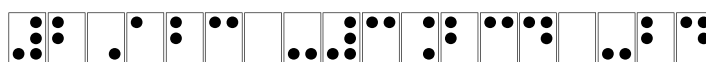


W zapisie brajlowskim wyrażenia [5] użyto znak małej litery łacińskiej \mathfrak{x} tylko jeden raz – przed zmienną \mathfrak{x} .

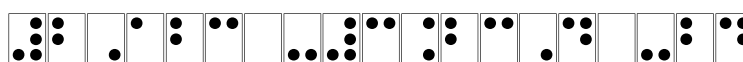
$$2aC + 4Bc - 3,2BD$$



$$2abc - 3BCD - BD$$



$$2abc - 3BCd - bd$$



$$2abc - 3\alpha\beta\gamma$$



¹⁶ Rozdział Poradnika – *Znaki alfabetu*.

ZBIORY

3. Znaki alfabetu można stosować nadmiarowo (np. znak wielkiej litery, znak greckiej małej litery) w wyrażeniach algebraicznych i wzorach, jeżeli zachodzi obawa, że rodzaj litery może być źle odczytany np. wskutek niewystarczającego doświadczenia adresata zapisu (np. ucznia). Zatem prawidłowy jest również zapis:

$$2aC + 4Bc - 3,2BD$$

$$2abc - 3BCD - BD$$

$$2abc - 3BCd - bd$$

$$2abc - 3\alpha\beta\gamma$$

ZBIORY

Oznaczenia zbiorów i zbiorów liczbowych

| | | |
|----------------|--|------------------------------------|
| A | | zbiór A |
| N | | zbiór liczb naturalnych |
| C | | zbiór liczb całkowitych |
| R | | zbiór liczb rzeczywistych |
| W | | zbiór liczb wymiernych |
| IW | | zbiór liczb niewymiernych |
| C ⁺ | | zbiór liczb całkowitych dodatnich |
| R ⁻ | | zbiór liczb rzeczywistych ujemnych |
| ∅ | | zbiór pusty |

Znaki relacji i działań na zbiorach

| | | |
|---|--|--|
| ∈ | | należy |
| ∉ | | nie należy |
| ⊂ | | zawiera się, jest zawarty, jest podzbiorem |
| ⊄ | | nie zawiera się, nie jest zawarty, nie jest podzbiorem |
| ⊃ | | zawiera |
| ⊈ | | nie zawiera |

¹⁷ Do oznaczenia zbioru użyto tzw. „znaczką”. Zagadnienie to omówiono w rozdziale Poradnika – Tak zwane „znaczkę”.

| | | |
|-------------|--|------------------------------|
| \cup | | suma zbiorów |
| \cap | | iloczyn zbiorów |
| \setminus | | różnica zbiorów |
| \times | | iloczyn kartezjański zbiorów |
| \cup | | indeksowana suma zbiorów |
| \cap | | indeksowany iloczyn zbiorów |

$N \subset C \subset W \subset R$

$W \not\subset IW$

$R \supset N$

$2 \in C^+$

$C = A \cup C$

$B = D \setminus C$

Zgodnie z zasadami stosowania znaków alfabetu¹⁸ wyrażenia powyższe można zapisać również w sposób następujący:

$C = A \cup C$

$B = D \setminus C$

$\bigcup_{i \in N} A_i$

$\bigcap_{i \in N} A_i$

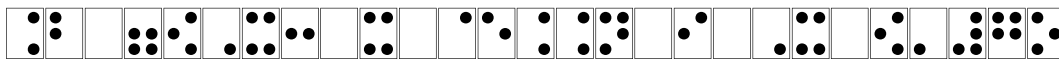
Inne symbole używane w algebrze zbiorów

| | | |
|---------|--|--------------------|
| \cdot | | prim ²⁰ |
| \sim | | bis ²¹ |
| min | | minimum |

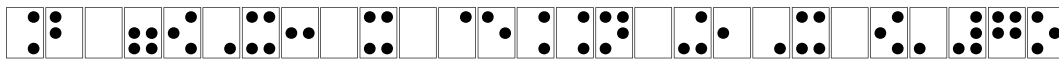
¹⁸ Rozdział Poradnika – Zasady stosowania znaków alfabetu i druku wyróżnionego, zasada 4.
¹⁹ Rozdział Poradnika – Technika projekcji
²⁰ Symbol jest omówiony w rozdziale Poradnika – Tak zwane „znaczkki”.
²¹ Jak wyżej.

| | | |
|-----|--|-------------------------|
| max | | maximum |
| sup | | supremum |
| inf | | infimum |
| ∨ | | lub ²² |
| ∧ | | i |
| ⇔ | | wtedy i tylko wtedy gdy |
| ⇒ | | to (stąd wynika) |

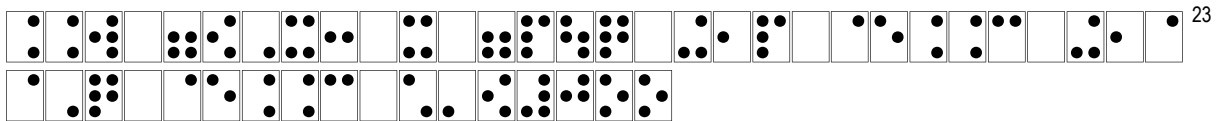
$$B = \{x: x \in \mathbf{N} \text{ i } x < 7\}$$



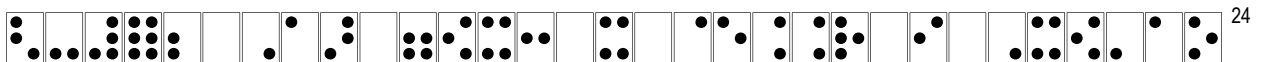
$$B = \{x: x \in \mathbf{N} \wedge x < 7\}$$



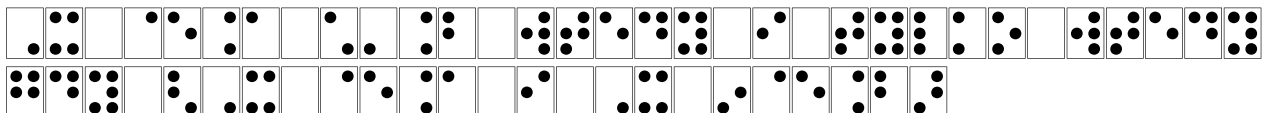
$$W = \left\{ x: x = \frac{p}{q} \wedge p \in \mathbf{C} \wedge q \in \mathbf{C} \setminus \{0\} \right\}$$



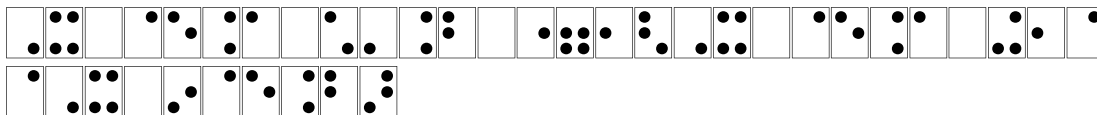
$$(-\infty; a) = \{x: x \in \mathbf{R} \text{ i } x < a\}$$



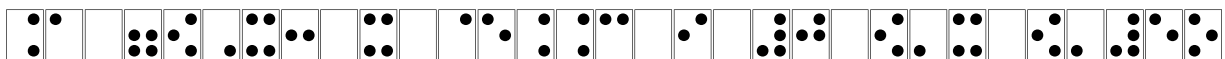
$$x \in A \setminus B \text{ wtedy i tylko wtedy gdy } (x \in A \text{ i } x \notin B)$$



$$x \in A \setminus B \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B)$$



$$A = \{x: x \in \mathbf{C} \text{ i } 0 < x < 5\}$$

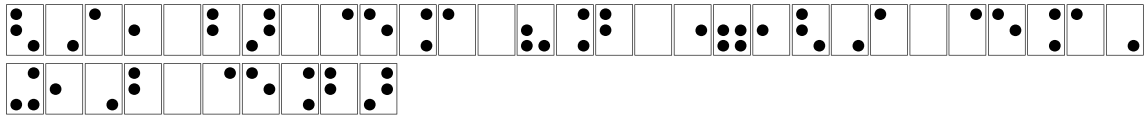


²² Symbol jest omówiony w rozdziale Poradnika – *Logika matematyczna*.

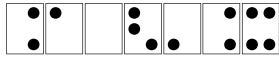
²³ Zastosowany w zależności znak kreski ułamkowej jest omówiony w rozdziale Poradnika – *Ułamki*.

²⁴ Zastosowany w zależności symbol nieskończoności jest omówiony w rozdziale Poradnika – *Granice*.

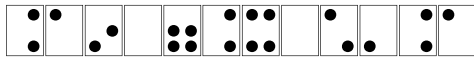
$$(a, b) \in A \times B \Leftrightarrow (a \in A \wedge b \in B)$$



$$A \subset X$$

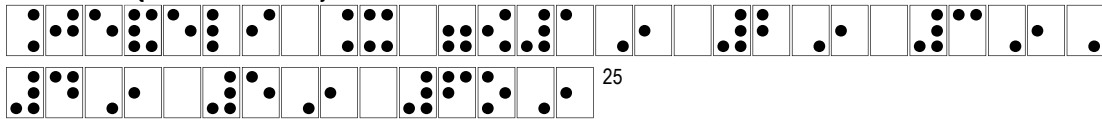


$$A' = X \setminus A$$



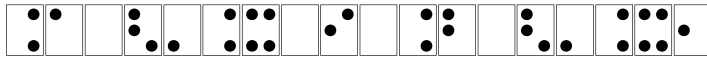
dopełnienie zbioru A do zbioru X

$$\text{Jeżeli } X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\},$$

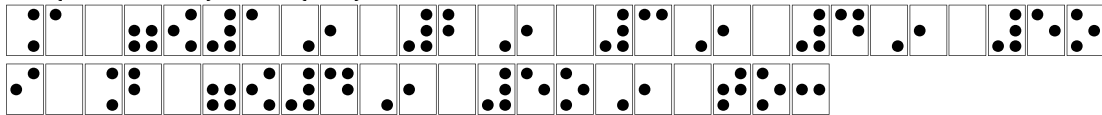


²⁵

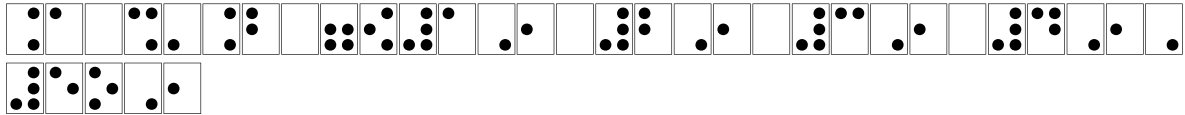
$$A \subset X \text{ i } B \subset X,$$



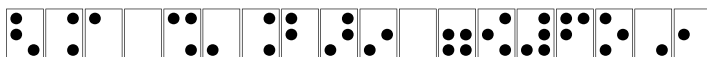
$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \text{ i } B = \{4, 5\}, \text{ to:}$$



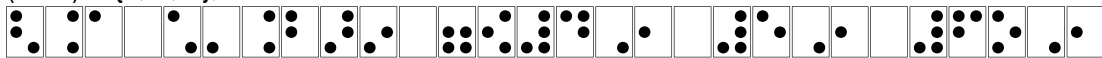
$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\},$$



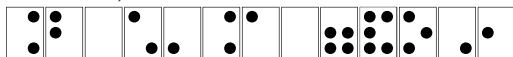
$$(A \cup B)' = \{6\},$$



$$(A \setminus B)' = \{4, 5, 6\},$$



$$B \setminus A = \emptyset,$$



$$A \cap B = \{4, 5\}.$$



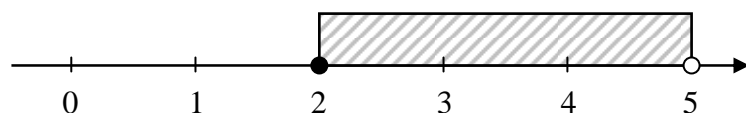
²⁵ W przykładzie użyto znaku . Wyjaśnienie w rozdziałach Poradnika – Przenoszenie części wyrażenia matematycznego do następnego wiersza oraz Oddzielanie liczb i znaków przestankowych.

Graficzne przedstawienie przedziałów

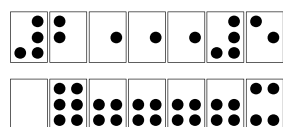
Na lekcjach matematyki często zachodzi potrzeba przedstawienia przedziału w formie graficznej. W druku płaskim przedziały zaznacza się jako prostokąty rozciągające się nad odpowiednim fragmentem osi liczbowej, zaś rodzaje krańców zaznacza się kółkami. Kółko puste oznacza, że dany kraniec nie należy do przedziału, natomiast kółkiem pełnym oznaczamy kraniec należący do przedziału.

Przykład:

$$A = \langle 2, 5 \rangle$$



Używając znaków brajlowskich, taki przedział można przedstawić graficznie w następujący sposób:

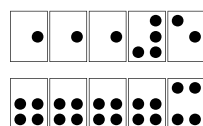


Pierwsza linia zapisu odpowiada osi liczbowej, natomiast w drugiej znajduje się graficzna reprezentacja przedziału, przy czym znak \bullet oznacza kraniec należący do przedziału (odpowiednik kółka pełnego), natomiast \circ symbolizuje kraniec nienależący (odpowiednik pustego kółka na rysunku płaskim). Pomiędzy liczbami na osi liczbowej optymalnie jest postawić trzy znaki \square . Symbole krańców należy umieszczać możliwie centralnie pod odpowiadającymi im zapisami liczb na osi liczbowej.

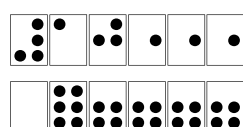
Jeżeli przedział jest nieograniczony, na osi liczbowej od strony nieskończoności nie piszemy żadnego symbolu, nie zaznaczamy też w żaden sposób krańca.

Przykłady:

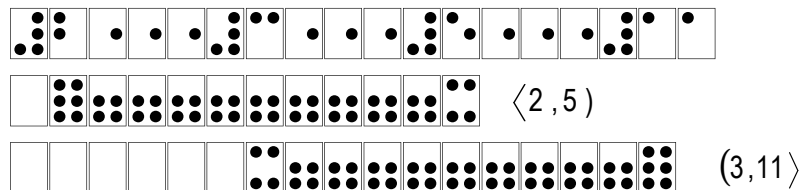
$$(-\infty, 5)$$



$$\langle 10, +\infty \rangle$$

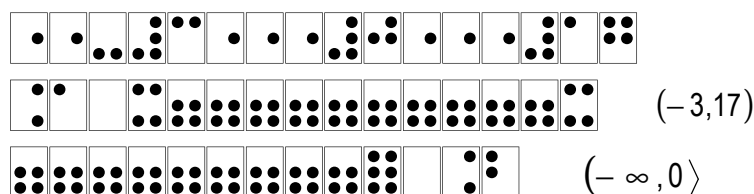


Jeśli zajdzie konieczność umieszczenia dwóch lub więcej przedziałów na jednym rysunku, umieszczamy ich graficzne reprezentacje w osobnych liniach, pod osią liczbową:



Literowe oznaczenia przedziałów zapisujemy w tej samej linii, co graficzna reprezentacja przedziału (przed nią lub za nią), zachowując przynajmniej jednoznakowy odstęp.

Przykład:



Graficzne przedstawienie przedziałów pozwala uczniowi w łatwy sposób zlokalizować obszar pokrywania się przedziałów (tzw. przecięcie, iloczyn), wyznaczyć sumę i różnicę tych zbiorów. Ważną zaletą tego zapisu jest możliwość jego szybkiego wykonania przez samego ucznia, np. podczas rozwiązywania zadań na sprawdzianie.

TECHNIKA PROJEKCJI

Pismo punktowe Braille'a ma specyficzne cechy wyróżniające go spośród wielu innych sposobów zapisu informacji.

- Pismo Braille'a jest odczytywane palcami, a zmysł dotyku w odróżnieniu od zmysłu wzroku pozwala jedynie na punktowy (cząstkowy) odczyt wyrażenia.
- Wyrażenia matematyczne zapisywane są w sposób liniowy (następstwo znaków), ograniczoną do 64 liczbą znaków.
- Nie ma możliwości zróżnicowania wielkości znaków oraz wykorzystania bogatej matematycznej symboliki.

Postęp wiedzy oraz nowe technologie sprawiły, że opracowana w 1955 roku w Marburgu przez zespół pod kierunkiem Helmuta Ephesera *Międzynarodowa Brajlowska Notacja Matematyczna dla Niewidomych* wymagała zmian. Wprowadzono je pod kierunkiem Helmuta Ephesera w 1986 roku w wersji brajlowskiej, a następnie w 1992 roku w wersji czarnodrukowej. Aby maksymalnie uprościć zapis skomplikowanych wyrażeń matematycznych, a jednocześnie poprawić ich czytelność zmieniono sposób ich zapisu, opracowując technikę projekcji.

Zasady techniki projekcji

Projekcją nazywamy przekształcenie zapisu dwuwymiarowego na liniowy. Formuły zawierające symbole zastępujące wielopoziomowy zapis czarnodrukowy (np. ułamków, indeksów, wykładników, czy pierwiastków) nazywamy projektorami.

Wyróżniamy trzy rodzaje projektorów: proste, złożone i szczegółowe.

Projektory proste

Rozpoczynane są za pomocą prostego znaku wykładnika potęgi $\begin{smallmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{smallmatrix}$, prostego znaku wskaźnika (indeksu) górnego $\begin{smallmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \end{smallmatrix}$ lub dolnego $\begin{smallmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{smallmatrix}$ albo prostego znaku pierwiastka $\begin{smallmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{smallmatrix}$. Po tych znakach występują proste wyrażenia zawierające znaki stojące w jednym rzędzie tzn. nie zawierają innych projektorów, ułamków (poza zwykłymi). Wewnątrz projektorów prostych nie może być pustych znaków. Miejsca, które zgodnie z regułami zapisu muszą pozostać puste, należy wypełnić znakiem $\begin{smallmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{smallmatrix}$.

Działanie każdego z tych projektorów kończy się:

- poprzez pusty znak,
- przez znak zamykający projektor prosty $\begin{smallmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{smallmatrix}$, odpowiednio również przez $\begin{smallmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{smallmatrix}$ względnie $\begin{smallmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{smallmatrix}$, jeśli prosty projektor jest częścią składową projektora złożonego lub szczegółowego,
- przez inny znak projektora,
- przez kreskę ułamkową lub znak zakończenia ułamka,
- poprzez nawias zamykający, gdy odpowiadający mu nawias otwierający stoi przed projektorem,
- poprzez wykładniki i indeksy, będące liczbami naturalnymi, zapisanymi po znaku kluczowym obniżonymi liczbami.

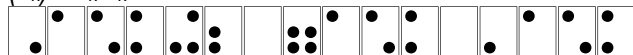
$$a^{n+m} = a^n \cdot a^m$$



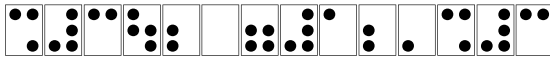
$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$



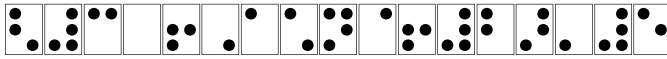
$$(a_k)^2 = a_k \cdot a_k$$



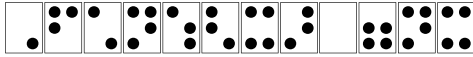
$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}$$



$$(3+a_{n+2}) \cdot 5$$



$$f_n(x) = nx$$



Projektory złożone

Rozpoczynane są za pomocą złożonego znaku wykładnika potęgi $\left[\begin{smallmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{smallmatrix} \right]$, złożonego znaku wskaźnika (indeksu) górnego $\left[\begin{smallmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{smallmatrix} \right]$ lub dolnego $\left[\begin{smallmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{smallmatrix} \right]$, lub złożonego znaku pierwiastka $\left[\begin{smallmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{smallmatrix} \right]$.

Mogą zawierać projektory proste i ułamki, w których nie ma pustych znaków. Działanie projektora złożonego kończy:

- pusty znak,
- znak kończący projektor złożony $\left[\begin{smallmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{smallmatrix} \right]$, w razie konieczności również przez $\left[\begin{smallmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{smallmatrix} \right]$, jeśli projektor złożony jest częścią projektora szczegółowego,
- przez inny znak złożonego lub szczegółowego projektora,
- przez nawias zamykający, jeśli odpowiadający mu nawias otwierający stoi przed znakiem projektora,
- przez oznaczenia końca ułamka, jeśli znak kreski ułamkowej jest przed znakiem projektora.

Również w złożonych projektorach nie może być pustych miejsc. W przypadkach koniecznych używa się punktu wypełniającego $\left[\begin{smallmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{smallmatrix} \right]$. Jeśli wykluczona jest wieloznaczność zapisu, można pominąć znak $\left[\begin{smallmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{smallmatrix} \right]$ zapowiadający projektor złożony.

$$\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$$



$$u_n = \sqrt[n]{3^n + 2^n}$$



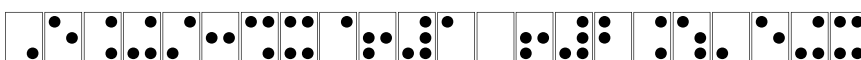
$$e^{\frac{x}{2}} = \sqrt{e^x}$$



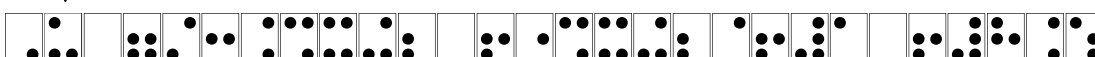
Projektory szczegółowe

Rozpoczynane są oznaczeniami prostych projektorów poprzedzonych znakiem $\left[\begin{smallmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{smallmatrix} \right]$. Mogą zawierać dowolne wyrażenia, inne projektory i puste znaki. Na końcu muszą być użyte znaki kończące projektor szczegółowy $\left[\begin{smallmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{smallmatrix} \right]$.

$$e^{\sqrt[3]{x+1+2}} \cdot e^x$$



$$u = \sqrt[3]{x^2 + \sqrt{x^2 + 1} + 8}$$



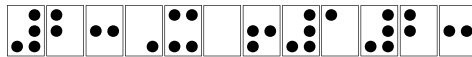
Zapis w piśmie punktowym Braille'a nie zawiera znaków zmiany rzędów. Oznaczone one są przez znak początkowy i końcowy projektora. Znak początkowy projektora podwyższa rząd, znak końcowy projektora obniża rząd.

1. Do rzędu bazowego (zerowego) należy każdy znak zapisu czarnodrukowego na poziomie linii wiersza bez żadnych znaków dodatkowych (wskaźników, potęg). Wyrażenia mogą zawierać ułamki zwykłe.

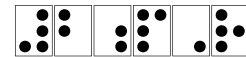
$$3x-7$$



$$\frac{2}{3}x + 1\frac{2}{3}$$



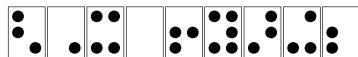
$$2\pi r$$



2. W n -tym rzędzie ($n = 1, 2, \dots$) znajdują się

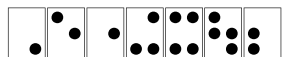
- a) Dodatki do znaków potęgi, jeśli podstawa potęgi jest w rzędzie ($n-1$).

$$(x+y)^2$$



Podstawa potęgi jest w rzędzie 0., wykładnik potęgi jest w rzędzie 1.

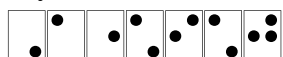
$$e^{\frac{x}{2}}$$



Podstawa potęgi jest w rzędzie 0., kreska ułamkowa w rzędzie 1., licznik i mianownik w rzędzie 2.

- b) Dodatki do znaków wskaźnika, odnoszące się do formuł z rzędu ($n-1$).

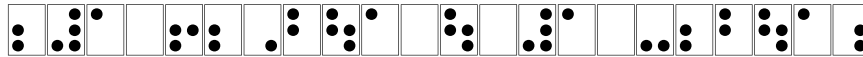
$$a_{ij}$$



a jest w rzędzie zerowym, indeks i w rzędzie 1., indeks j w rzędzie 2.

- c) Licznik i mianownik ułamka, którego kreska ułamkowa znajduje się w rzędzie ($n-1$).

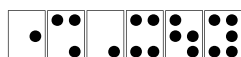
$$\frac{1 + \frac{b}{a}}{1 - \frac{b}{a}}$$



Długa kreska ułamkowa jest w rzędzie 0., $1+$, $1-$ i kreski ułamkowe w liczniku i mianowniku są w rzędzie 1., zmienne a i b w rzędzie 2.

- d) Części składowe formuł, które zaznaczone są przez symbol pierwiastka, jeśli ten znajduje się w ($n-1$) rzędzie.

$$\sqrt{\frac{x}{y}}$$



Złożony znak pierwiastka jest w rzędzie 0., kreska ułamkowa w rzędzie 1., zmienne x i y w rzędzie 2.

Ponadto obowiązują zasady:

1. Dodatkowy znak (np. potęgi, wskaźnika) stoi w rzędzie symbolu, do którego jest dołączony. Zapowiada on podwyższenie rzędu dla bezpośrednio występującego po nim wyrażenia.
2. Symbol podstawowy powoduje podwyższenie rzędu dla bezpośrednio występującego po nim wyrażenia.
3. Znak kreski ułamkowej wskazuje, że wyrażenie w liczniku (przed kreską ułamkową) i w mianowniku (za kreską ułamkową) są w wyższym rzędzie niż kreska ułamkowa.
4. Znak końcowy projekcji jest w tym samym rzędzie jak odpowiadający mu znak początkowy.

UŁAMKI


Do zapisu ułamków stosuje się dwie metody:

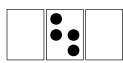
- zapis pełny,
- zapis skrócony.

Stosowanie skróconego zapisu daje dość znaczną oszczędność miejsca.

Pełny zapis ułamków

W zapisie zwykłym ułamków stosuje się następujące znaki:

 znak początku ułamka

 znak kreski ułamkowej

 znak końca ułamka

- Licznik ułamka zawiera się pomiędzy *znakiem początku ułamka* i *znakiem kreski ułamkowej*.
- Mianownik ułamka zawiera się pomiędzy *znakiem kreski ułamkowej* i *znakiem końca ułamka*.

$$\frac{2x + 3y - 4}{4x - 5y}$$



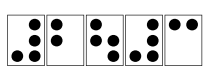
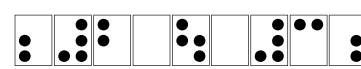
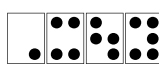
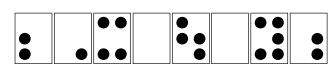
Skrócony zapis ułamków

W tej metodzie zapisu unika się pustych znaków wewnątrz ułamka, ponadto nie stosuje się znaku rozpoczęcia i zakończenia ułamka. W zapisie skróconym kreskę ułamkową pisze się bez odstępów po obu jej stronach.

Ponadto obowiązują następujące reguły:


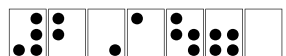

Reguła 1

Jeżeli licznik i mianownik nie zawierają pustego znaku, to w zapisie ułamka pomija się znaki rozpoczęcia i zakończenia ułamka oraz odstępy po obu stronach kreski ułamkowej.

| | zapis skrócony | zapis pełny |
|---------------|---|--|
| $\frac{2}{3}$ |  |  |
| $\frac{x}{y}$ |  |  |

Reguła 2

Jeżeli mianownik jest liczbą naturalną, to może być napisany w położeniu obniżonym, bez znaku liczbowego, bezpośrednio po kresce ułamkowej.

| | | |
|---|---|--|
| $\frac{3x}{4}$ | $\frac{2a}{7}$ | $\frac{ab + cd}{4}$ |
|  |  |  |

Reguła 3

Jeżeli licznik i mianownik są liczbami naturalnymi, to można opuścić kreskę ułamkową, a mianownik pisać w położeniu obniżonym. W ten sposób zapisuje się:

Ułamki zwykłe

| | | | |
|---------------|----------------|----------------|------------------|
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{3}{14}$ | $\frac{17}{5}$ | $\frac{138}{43}$ |
| | | | |

W podobny sposób zapisuje się:

Liczby mieszane

Część całkowita i część ułamkowa liczby mieszanej poprzedzone są *znakiem liczbowym*.

| | | |
|----------------|-----------------|-------------------|
| $2\frac{3}{4}$ | $4\frac{7}{15}$ | $12\frac{14}{17}$ |
| | | |

Reguła 4

Jeżeli wewnątrz ułamka znajdują się puste znaki, wtedy zapisuje się go w sposób następujący:

- a) Mianownik pisze się bezpośrednio po kresce ułamkowej (bez odstępu), a w miejsce pustych znaków wprowadza się znak wypełniający □. Znak końca ułamka pomija się, ale obowiązkowe jest pozostawienie pustego znaku po mianowniku. W analogiczny sposób postępuje się z licznikiem.

| | | | | |
|-------------------|----------------|--|-------------|--|
| $\frac{x+y}{x-y}$ | zapis skrócony | | zapis pełny | |
|-------------------|----------------|--|-------------|--|

- b) Znak początku ułamka można opuścić jedynie wtedy, gdy licznik jest krótki. Nie może go brakować, gdy licznik rozpoczyna się minusem.

| | |
|------------------|--|
| $\frac{-p-q}{n}$ | |
|------------------|--|

Jeżeli mianownik rozpoczyna znak wymagający pozostawienia pustego znaku po lewej stronie, (np. minus), to zastępuje się go znakiem □.

| | |
|------------------|--|
| $\frac{p+q}{-n}$ | |
|------------------|--|

Opisane w punktach a)-b) sposoby zapisu można stosować jedynie wtedy, gdy licznik i mianownik nie zawierają innych ułamków poza zwykłymi.

- c) Jeżeli licznik kończy się znakiem, który wymaga pozostawienia po nim odstępu, to stawia się między nim a kreską ułamkową znak wypełniający □.

| | |
|---------------------|--|
| $\frac{(n+1)!}{2n}$ | |
|---------------------|--|

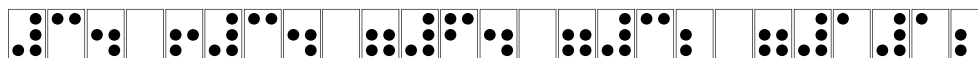
Znak silni wymaga pozostawienia po nim odstępu . W zapisie skróconym przed kreską ułamkową nie stawia się odstępu, stąd wypełnienie tego miejsca znakiem □.

²⁶

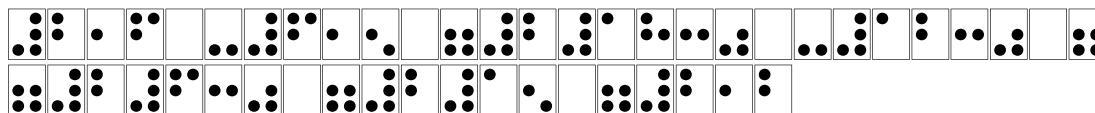
²⁶ Użyty w ułamku znak silni omówiony jest w rozdziale Poradnika – *Rachunek prawdopodobieństwa i kombinatoryka*.

Przykłady działań na ułamkach zwykłych

$$\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$



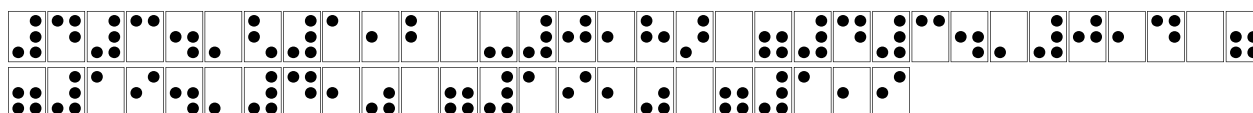
$$2,6 - \frac{6}{15} = 2\frac{18}{30} - \frac{12}{30} = 2\frac{6}{30} = 2\frac{1}{5} = 2,2$$



Znak mnożenia – kropka, może być zastosowany z odstępem lub bez.²⁷ Zapis z kropką bez odstępów jest krótszy. Według niektórych, zastosowanie odstępów poprawia czytelność wzoru.

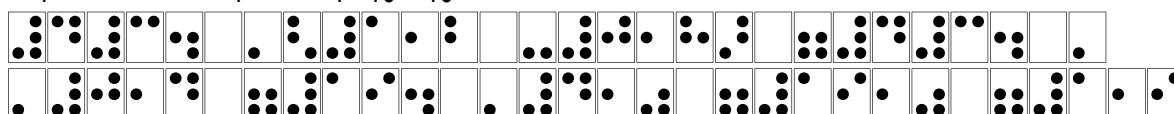
$$4\frac{3}{4} \cdot (1,2 - 0,8) = 4\frac{3}{4} \cdot 0,4 = \frac{19}{4} \cdot \frac{4}{10} = \frac{19}{10} = 1,9$$

Zapis brajlowski z kropką bez odstępów.



$$4\frac{3}{4} \cdot (1,2 - 0,8) = 4\frac{3}{4} \cdot 0,4 = \frac{19}{4} \cdot \frac{4}{10} = \frac{19}{10} = 1,9$$

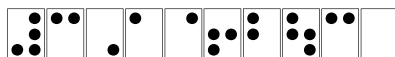
Zapis brajlowski z kropką z odstępem.



Ułamki algebraiczne

W zapisie ułamków algebraicznych obowiązują zasady oraz reguły zapisu wyrażeń algebraicznych.²⁸

$$\frac{3a + b}{c}$$



$$\frac{3x + y}{z}$$



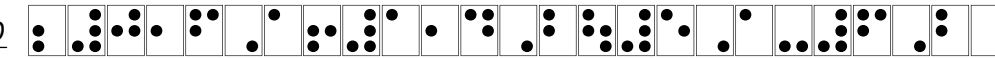
- Raz postawiony znak alfabetu w wyrażeniu obowiązuje do końca tego wyrażenia lub do odwołania go znakiem innego alfabetu,
- Użycie znaku alfabetu obowiązuje przed pierwszą literą wyrażenia matematycznego.
- Znak wielkiej litery i znaki greckich liter małej i dużej można stosować nadmiarowo.

Gdy licznik jest długi, należy postawić znak początku ułamka.

$$\frac{3a + 2b}{4c}$$



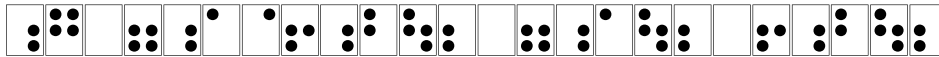
$$\frac{0,6a + 1,4b}{5a - 6b}$$



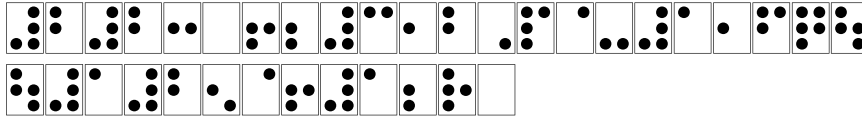
²⁷ Rozdział Poradnika – Znaki działań.

²⁸ Rozdział Poradnika – Wyrażenia algebraiczne.

$$\gamma = \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}$$



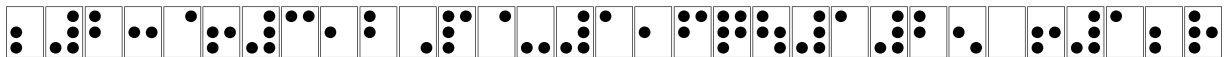
$$2\frac{2}{3} + \frac{3,2p - 1,6q}{1\frac{2}{5} + \frac{1}{2}r}$$



$$2\frac{2}{3} + 3p - \frac{1,6q}{1\frac{2}{5} + \frac{1}{2}r}$$



$$\frac{\frac{2}{3} + 3,2p - 1,6q}{1\frac{2}{5}} + \frac{1}{2}r$$

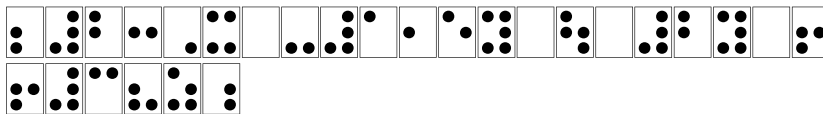


$$\frac{\frac{2}{3} + 3,2p - 1,6q + \frac{1}{2}r}{1\frac{2}{5}}$$

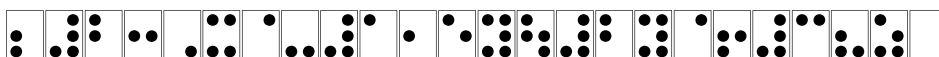


$$\frac{\frac{2}{3}x - 1,5y}{2y + \frac{3}{8}z}$$

[6]



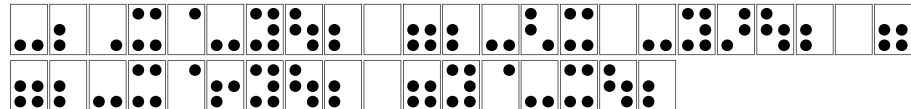
Wyrażenie [6] zapisane sposobem pełnym – przy pomocy znaków początku i końca ułamka.



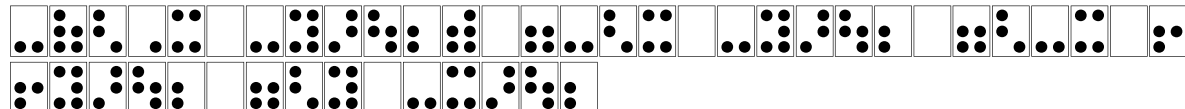
Wyrażenie [6] zapisane w sposób skrócony.

Nawiasy – czy zapis skrócony?

W matematycznej notacji brajlowskiej wyrażenia algebraiczne można także zapisać jednoznacznie używając nawiasów. Zagadnienie to przedstawiają poniższe przykłady.

$$-\frac{x-y}{2} = \frac{-(x-y)}{2} = \frac{-x+y}{2} = \frac{y-x}{2}$$


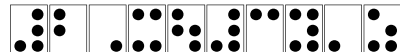
Powyższe wyrażenie można zapisać jednoznacznie przy pomocy nawiasów.

$$-\left[\frac{(x-y)}{2}\right] = \frac{-(x-y)}{2} = \frac{(-x+y)}{2} = \frac{(y-x)}{2}$$



Wprowadzenie nawiasów:

- jest ingerencją w matematyczny tekst źródłowy,
- wydłuża zapis brajlowski,
- w przypadku użycia wielokrotnych nawiasów dla złożonych wyrażeń utrudnia czytelność.


Dodatkowego wyjaśnienia wymaga zastosowanie znaku mnożenia – kropki z odstępem lub bez. Pusty znak przed znakiem mnożenia kończy projekcję. W niektórych wyrażeniach ma to wpływ na zróżnicowanie zapisu, którego porządek można również określić przy pomocy wprowadzenia dodatkowych nawiasów.


$$\frac{2x}{3y \cdot z}$$


Znak mnożenia – kropka w zapisie bez odstępem.

$$\frac{2x}{3y} \cdot z$$


Znak mnożenia – kropka w zapisie z odstępem.

$$e^{x \cdot y}$$


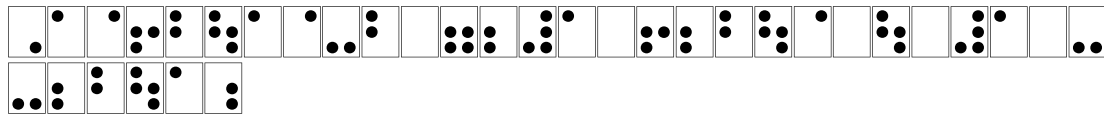
$$e^x \cdot y$$


Pusty znak przed znakiem mnożenia kończy prosty projektor.

Ułamki złożone

Tego rodzaju ułamki proponuje się pisać następująco: ułamek zasadniczy w sposób pełny²⁹, a ułamki występujące w liczniku lub mianowniku, w sposób skrócony³⁰.

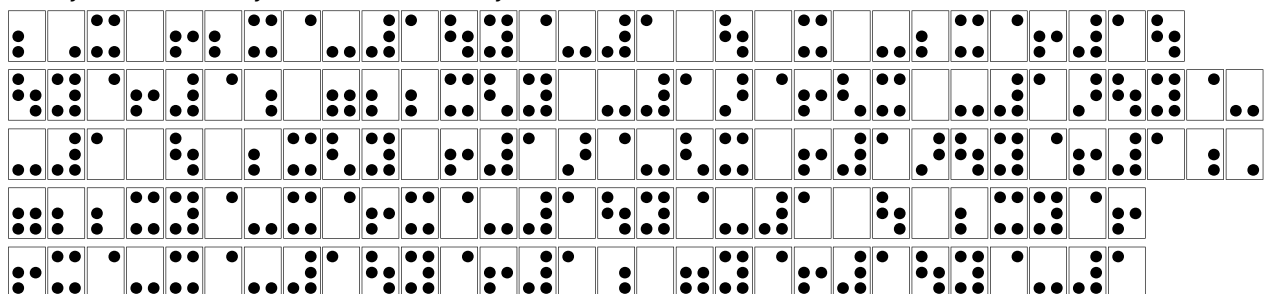
$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{1+\frac{b}{a}}{1-\frac{b}{a}}$$



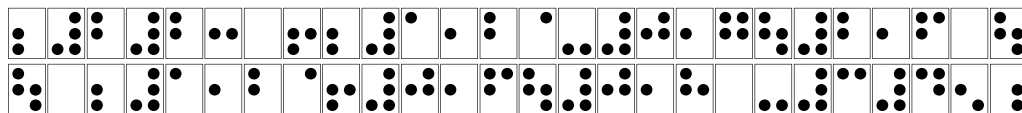
$$\frac{\frac{a}{3} - \frac{b}{4}}{x} = \frac{a-b}{x+y}$$



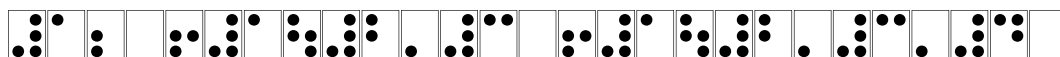
$$\frac{x + \frac{x-1}{y-1}}{x - \frac{x+1}{y+1}} = \frac{x(y-1) + (x-1)}{y-1} = \frac{xy - x + x - 1}{y-1} = \frac{y+1}{y-1}$$



$$\frac{2\frac{2}{3} + \frac{1,2-0,7}{2,6}}{\frac{1,2+0,6}{0,8} - 3\frac{4}{5}}$$



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4}$$

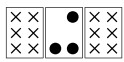


²⁹ Rozdział Poradnika – Pełny zapis ułamków.

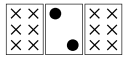
³⁰ Rozdział Poradnika – Skrócony zapis ułamków.

POTĘGI I WSKAŹNIKI

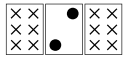
Znaki kluczy dla wykładników potęgi i wskaźników prawostronnych



prosty znak wykładnika potęgi



prosty znak wskaźnika dolnego

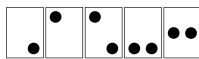


prosty znak wskaźnika górnego

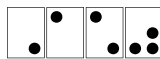
W zapisie brajlowskim wykładnik potęgi i wskaźniki prawostronne pisze się po symbolu zasadniczym, przy czym każdy z nich należy poprzedzić odpowiednim znakiem klucza. Znak wykładnika potęgi, znak wskaźnika dolnego i znak wskaźnika górnego rozpoczynają projektor prosty.

1. Indeksy i wykładniki będące liczbami całkowitymi zapisywane są po odpowiednim znaku klucza cyframi obniżonymi bez znaku liczbowego. Jednocześnie kończą projektor.

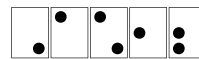
a_{-3}



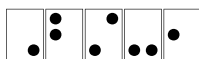
a_0



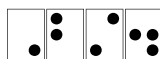
a_{12}



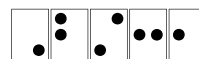
b^{-1}



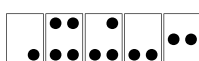
b^4



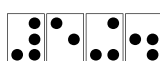
b^{31}



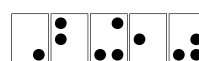
x^{-3}



5^4



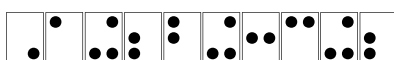
b^{10}



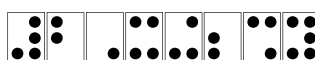
$a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$



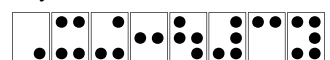
$a^2b^3c^2$



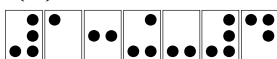
$2x^2\sqrt{y}$



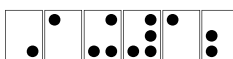
$\frac{x^3}{3y}$



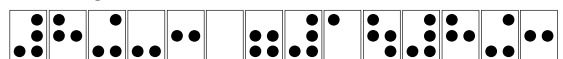
$\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$



$\frac{1}{a^2}$



$8^{-3} = \frac{1}{8^3}$

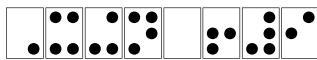


2. Wykładnikiem potęgi lub wskaźnikiem prawostronnym może być projektor prosty. Zawiera on znaki stojące w tym samym rzędzie (nie zawiera innych projektorów, ani ułamków innych niż zwykłe).

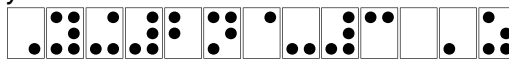
Wewnątrz projektorów nie może być pustych znaków. Projektor prosty kończy:

a) najbliższy pusty znak

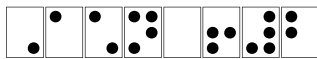
$x^n + 9$



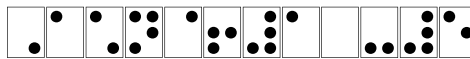
$y^{2n-3} \cdot z$



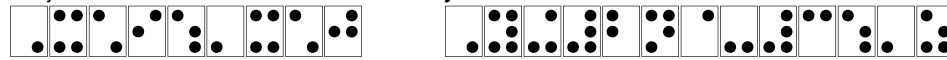
a_{n+2}

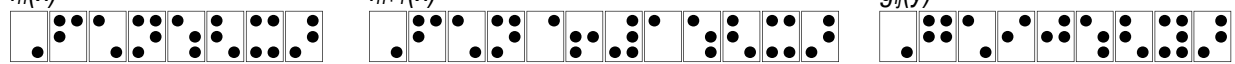


$a_{n+1} - 5$




b) znak kończący projektor prosty $\begin{matrix} \bullet \\ \square \\ \bullet \end{matrix}$, przez parę znaków $\begin{matrix} \bullet & \bullet \\ \square & \square \\ \bullet & \bullet \end{matrix}$, względnie $\begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \square & \square & \square \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix}$, gdy projektor prosty jest częścią bardziej złożonego projektora

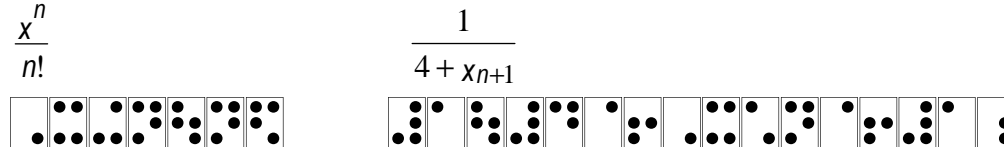
$$x_i \cdot x_j \quad y^{2n-3} \cdot z$$


$$f_n(x) \quad f_{n+1}(x) \quad g_{ij}(y)$$


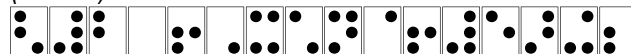
c) przez inny znak rozpoczynający kolejny projektor

$$(a_n)^k \quad (P_{2n-1})^m$$


d) przez kreskę ułamkową lub znak kończący ułamek

$$\frac{x^n}{n!} \quad \frac{1}{4 + x_{n+1}}$$


e) przez nawias zamykający, gdy odpowiadający mu nawias otwierający stoi w innym rzędzie.

$$(2 + x_{n+5})^2$$


3. Wykładnikiem potęgi lub wskaźnikiem może być projektor złożony. Projektor złożony może zawierać projektory proste i ułamki, wewnątrz których nie ma pustych miejsc. Otwiera go odpowiedni znak klucza poprzedzony znakiem projektora złożonego $\begin{matrix} \bullet \\ \square \\ \bullet \end{matrix}$.

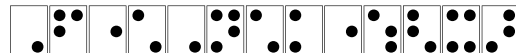
$$\begin{matrix} \times & \times & \bullet & \bullet & \times & \times \\ \times & \times & \square & \square & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times & \times \end{matrix} \quad \text{złożony znak wykładnika potęgi}$$

$$\begin{matrix} \times & \times & \bullet & \bullet & \times & \times \\ \times & \times & \square & \square & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times & \times \end{matrix} \quad \text{złożony znak wskaźnika dolnego}$$

$$\begin{matrix} \times & \times & \bullet & \bullet & \times & \times \\ \times & \times & \square & \square & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times & \times \end{matrix} \quad \text{złożony znak wskaźnika górnego}$$

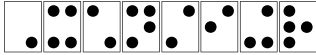
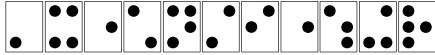
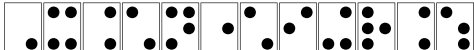
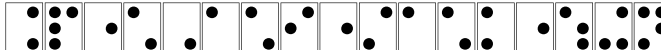
Projektor złożony kończy:

- najbliższy pusty znak,
- para znaków kończących projekcję złożoną $\begin{matrix} \bullet & \bullet \\ \square & \square \\ \bullet & \bullet \end{matrix}$, względnie $\begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \square & \square & \square \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix}$, gdy projektor złożony jest częścią projektora szczegółowego,
- przez znak rozpoczynający kolejny projektor złożony lub szczegółowy,
- przez nawias zamykający, gdy odpowiadający mu nawias otwierający stoi w innym rzędzie,
- przez oznaczenia końca ułamka, jeśli znak kreski ułamkowej jest przed znakiem projektora.

$$f_{n_k}(x)$$


Kolejność wskaźników prawostronnych i wykładnika potęgi






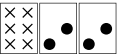

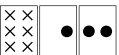


Kiedy symbol ma z prawej strony więcej niż jeden wskaźnik prosty lub złożony, to pisze się je jeden po drugim, poprzedzając każdy odpowiednim znakiem klucza, poza tym, jeżeli symbol zasadniczy jest wyrażeniem potęgowym, to wykładnik potęgi należy postawić na końcu po wszystkich wskaźnikach.

| | |
|--|---|
| $(x_n^i)^r$  | $(x_n^i)^r$  |
| $x_{n_{j_r}}$  | $(P_{a_j}^{a_k})^n$  |







Tak zwane „znaczkki”

Przez termin „znaczkki” należy rozumieć oznaczenia pisane u góry lub u dołu po prawej stronie symbolu zasadniczego albo nad lub pod symbolem zasadniczym, nie będące wskaźnikami. Jako znaczkki mogą być zastosowane niektóre znaki geometryczne, podane wcześniej znaki działań oraz inne znaki.

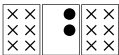
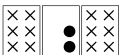
1. Znaczkki pisane u góry lub u dołu po prawej stronie symbolu zasadniczego

| | |
|--|---|
| <p>‘  prim</p> <p>*  gwiazdka</p> <p>→  strzałka w prawo</p> <p>+  plus</p> <p>¬  haczyk</p> | <p>”  bis</p> <p>x  krzyżyk</p> <p>←  strzałka w lewo</p> <p>-  minus</p> <p>o  kółko</p> |
|--|---|

2. Znaczkki pisane nad lub pod symbolem zasadniczym

| | |
|---|---|
| <p>~  falka</p> <p>o  kółko</p> <p>•  kropka</p> | <p>—  kreska</p> <p>^  daszek</p> <p>••  dwie kropki</p> |
|---|---|

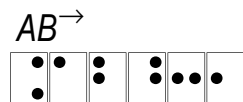
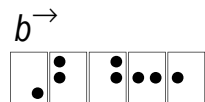
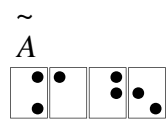
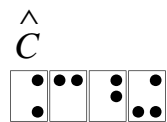
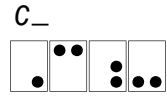
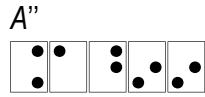
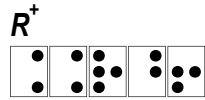
Znaczkki pisze się po symbolu, do którego się odnoszą. Stoją w tym samym rzędzie, co symbol zasadniczy. Położenie znaczkka względem symbolu zasadniczego określa odpowiedni znak klucza między nim, a symbolem. Znaki kluczy stosowanych do znaczków są następujące:

| | |
|---|------------------------|
|  | klucz znaczkka górnego |
|  | klucz znaczkka dolnego |

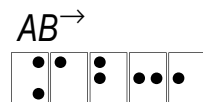
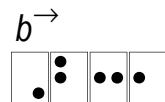
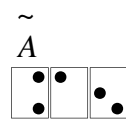
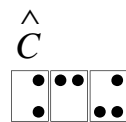
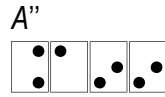
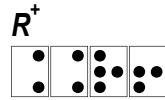
Dolne znaczkki muszą zawsze być pisane ze znakiem klucza, natomiast przy górnych, gdy nie zachodzą konflikty, można go pominąć.

Przykłady

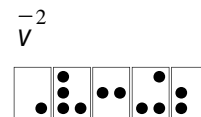
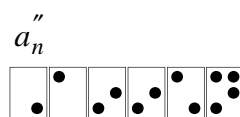
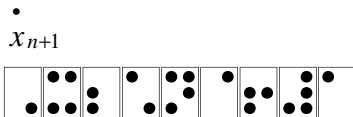
Zapis pełny



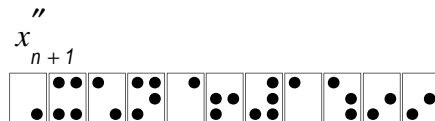
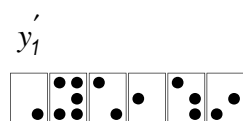
Zapis skrócony



W sytuacji, gdy symbol ma jednocześnie znaczek i wskaźnik lub wykładnik potęgi, wtedy w brajlu znaczek pisze się zwykle bezpośrednio po symbolu, przed wskaźnikiem lub wykładnikiem.

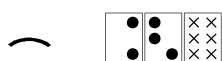
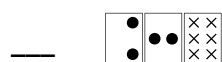
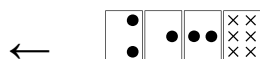
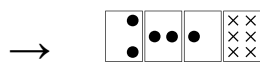


Możliwy jest także zapis odwrotny, w którym znaczek pisze się po wskaźniku lub wykładniku potęgi. Jednak należy wtedy pokazać konieczność koniec wskaźnika lub wykładnika stosując znak końca projekcji prostej ⠠ .

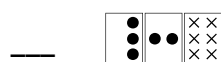
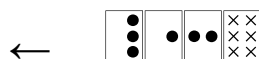
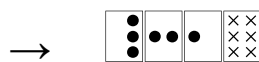


Poziome znaki nawiasujące

znak pisany nad wyrażeniem



znak pisany pod wyrażeniem



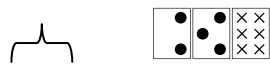
długa strzałka w prawo

długa strzałka w lewo

długa kreska

długi łuk

znak pisany nad wyrażeniem

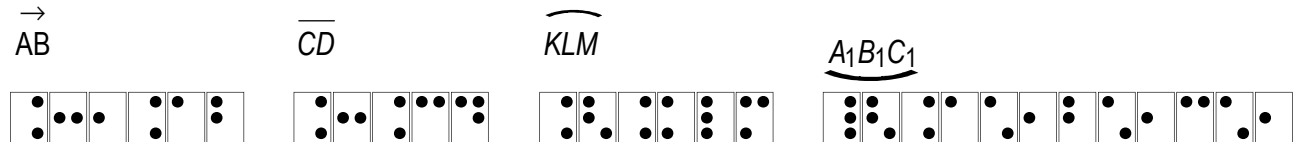


znak pisany pod wyrażeniem



długa leżąca klamra

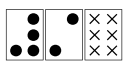
Znaki nawiasujące pisze się zawsze przed częścią wyrażenia, która ma być wyróżniona.



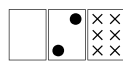
Wskaźniki lewostronne

Znaki kluczy dla wskaźników lewostronnych

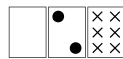
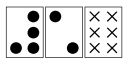
zapis pełny



zapis skrócony

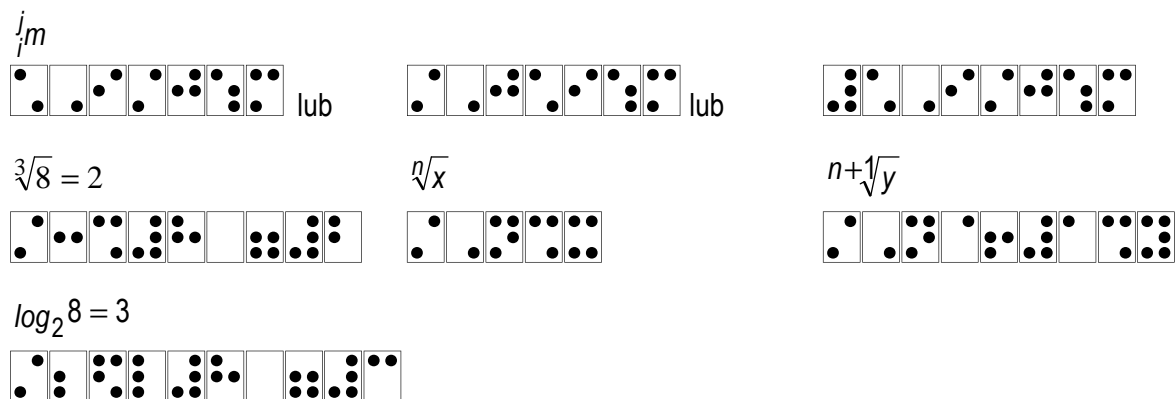


- znak górnego wskaźnika lewostronnego



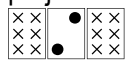
- znak dolnego wskaźnika lewostronnego

1. W zapisach należy stosować zapis skrócony. Pełny zapis wskaźników lewostronnych należy stosować, jeśli zapis skrócony jest niejednoznaczny.
2. Znak wskaźnika lewostronnego stoi przed symbolem głównym, do którego się odnosi. Znak wskaźnika lewostronnego rozpoczyna projektor prosty. Wskaźnik kończy z reguły znak końca projektora. Można go pominąć, gdy wskaźnik jest liczbą zapisaną cyframi obniżonymi lub gdy po wskaźniku następuje kolejny znak wskaźnika.
3. Jeśli wskaźnikiem lewostronnym jest projektor złożony lub szczegółowy, to stosujemy złożone znaki wskaźników lub szczegółowe znaki wskaźników (analogiczne, jak dla wskaźników prawostronnych). Wskaźnik kończymy odpowiednimi znakami końca projektora.
4. Jeśli symbol posiada wskaźnik lewostronny górny i dolny, to zapisuje się je jeden po drugim. Każdy jest wprowadzany przez odpowiedni znak. Nie istnieje reguła dotycząca kolejności zapisywania wskaźników.
5. W notacji brajlowskiej stopień pierwiastka traktowany jest jako górny wskaźnik lewostronny. Nie trzeba stosować znaku kończącego wskaźnik.
6. Podstawy logarytmów, które w czarnym druku zapisuje w indeksie dolnym za znakiem logarytmu, należy w brajlu pisać jako górne wskaźniki lewostronne.



PIERWIASTKI

Wśród pierwiastków wyróżnia się pierwiastki proste, złożone i szczegółowe. Nazwy te odpowiadają rodzajom projektorów, z którymi są związane.



Znak poprzedzający stopień pierwiastka wyższy od drugiego.³¹

Stopień pierwiastka traktuje się jako górny wskaźnik lewostronny i podaje przed znakiem pierwiastka.

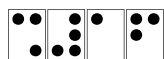
Prosty znak pierwiastka

Prosty znak pierwiastka rozpoczyna projekcję prostą. Zatem wyrażenie zaznaczone przez prosty znak pierwiastka może zawierać jedynie znaki, które znajdują się w tym samym rzędzie (nie zawiera innych projektorów, ani ułamków innych niż zwykłe). Wewnątrz wyrażenia nie może być pustych znaków.



Prosty znak pierwiastka

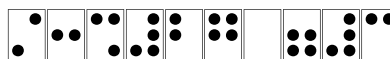
$$\sqrt{16}$$



$$\sqrt{81}=9$$



$$\sqrt[3]{27}=3$$



$$\sqrt{x + \frac{1}{2}}$$



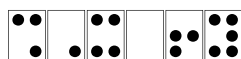
$$3\sqrt{2x}$$



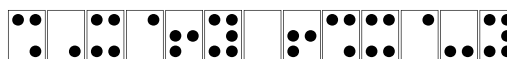
Działanie prostego znaku pierwiastka kończy:

a) najbliższy pusty znak,

$$\sqrt{x + y}$$



$$\sqrt{x + y} + \sqrt{x - y}$$



b) znak kończący projektor $\square\cdot$ lub para znaków kończących projekcję $\square\cdot$, względnie $\square\cdot$, gdy projektor prosty jest częścią bardziej złożonego projektora,

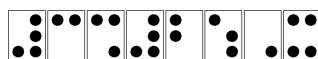
$$\sqrt{x + y} \cdot e^z$$



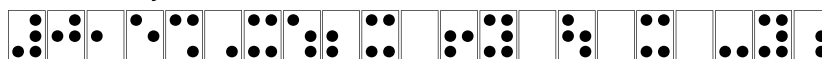
$$\sqrt{x + y} \cdot \sqrt{x - y}$$



$$3\sqrt{2}x$$



$$0,5\sqrt{x} \frac{x+y}{x-y}$$

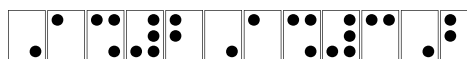


c) znak rozpoczynający kolejny projektor,

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \sqrt{b}$$



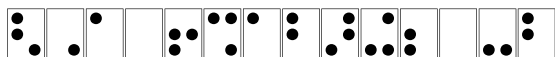
$$a\sqrt{2a} \sqrt{3b}$$



³¹ Rozdział Poradnika – Wskaźniki lewostronne.

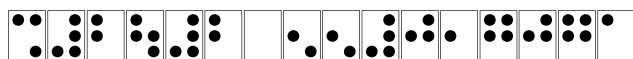
d) nawias zamykający, gdy odpowiadający mu nawias otwierający stoi w innym rzędzie,

$$(a + \sqrt{ab})^2 - b$$



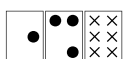
e) kreskę ułamkową lub znak kończący ułamek.

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,7071$$



Złożony znak pierwiastka

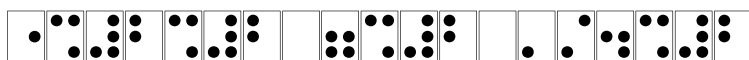
Złożony znak pierwiastka otrzymuje się umieszczając przed prostym znakiem pierwiastka znak projektora złożonego. Pod pierwiastkiem mogą być projektory proste i ułamki. Nie może być pustych znaków.



Złożony znak pierwiastka

Koniec pierwiastka złożonego jest określony zgodnie z zasadami końca projekcji złożonej.

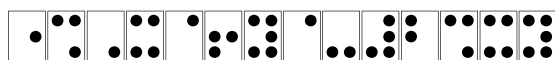
$$\sqrt{2\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2}$$



$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$



$$\sqrt{x + y - 2\sqrt{xy}}$$

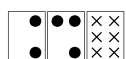


$$\sqrt{2x + \sqrt{x-2} - 3}$$




Szczegółowy znak pierwiastka

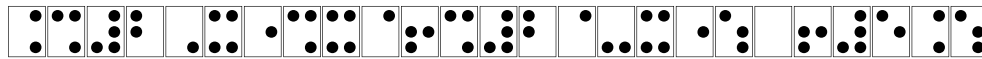
Szczegółowy znak pierwiastka otrzymuje się umieszczając przed prostym znakiem pierwiastka znak projektora szczegółowego. Pod pierwiastkiem mogą być dowolne wyrażenia, inne projektory i puste znaki.



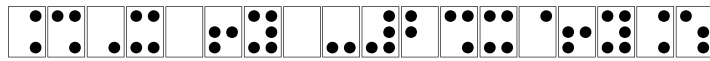
Szczegółowy znak pierwiastka

Na końcu pierwiastka szczegółowego musi stać para znaków , zgodnie z zasadami końca projektora szczegółowego.

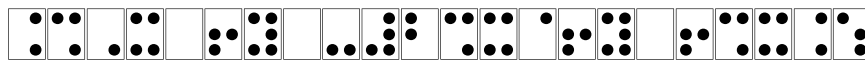
$$\sqrt{2x\sqrt{x+\sqrt{2-x}}+5}$$



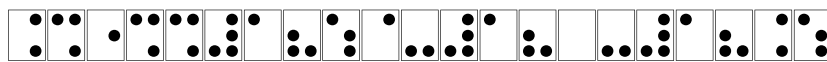
$$\sqrt{x+y-2\sqrt{x+y}}$$



$$\sqrt{x+y-2\sqrt{x+y}+\sqrt{x}}$$

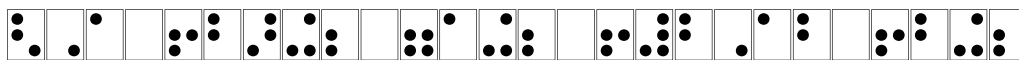


$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{\frac{1}{8}-\frac{1}{8}-\frac{1}{8}}}}$$



Przykłady zapisu wyrażeń z użyciem potęg, pierwiastków oraz wskaźników

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



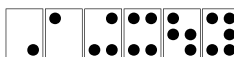
$$C^k$$



$$V_n^k$$



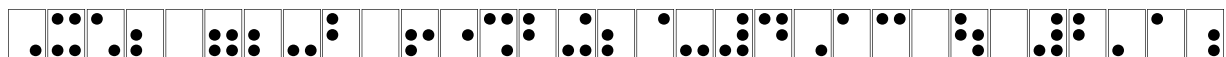
$$\frac{a^x}{y}$$



$$a^{\frac{x}{y}}$$



$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$



FUNKCJE

Funkcje

$$y = f(x)$$

$$f(x) = 2x - 1$$

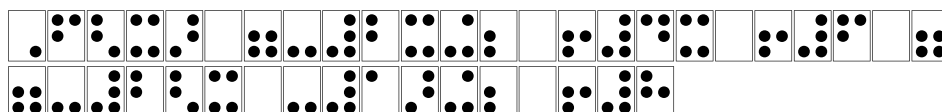
$$y = 2x - 1$$

zapis z użyciem symbolu strzałki zwróconej w prawo  ³²

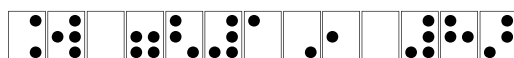
$$x \rightarrow y = 2x - 1$$

$$x \rightarrow 2x - 1$$

$$f(x) = -2x^2 + 4x + 6 = -2(x - 1)^2 + 8$$



$$W = (1, 8)$$

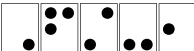


Wyrażenie obok podaje współrzędne wierzchołka funkcji $f(x)$.

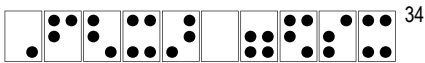
$$f_{max} = f(1) = 8$$

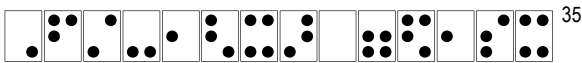
 ³³

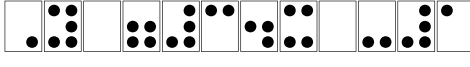
Funkcja odwrotna

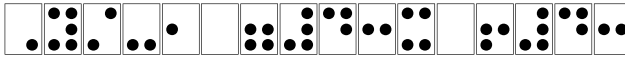
$$f^{-1}$$


oznaczenie funkcji odwrotnej

$$f(x) = \sin x$$
 ³⁴

$$f^{-1}(x) = \arcsin x$$
 ³⁵

$$y = \frac{3}{4}x - 1$$


$$y^{-1} = \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}$$


³² Strzałka zwrócona w prawo jest jednym z symboli przedstawionych w rozdziale Poradnika – Podstawowe symbole geometryczne.

³³ Symbole max  i min  podane są w rozdziale Poradnika – Działania na zbiorach i elementach zbiorów.

³⁴ Znaki funkcji trygonometrycznych podano w rozdziale Poradnika – Funkcje trygonometryczne.

³⁵ Jak wyżej.

Funkcja złożona

$$f(g(x))$$

$$u = g(x) = 3x + 2$$

$$f(u) = \frac{\sqrt{u}}{u}$$

$$f(g(x)) = \frac{\sqrt{3x+2}}{3x+2}$$

$$f(g(x)) = \frac{\sqrt{3x+2}}{3x+2}$$

Constans

$$\text{const} \quad \text{constans}$$

$$f(x) = \text{const}$$

$$f(x) = \text{const}$$

Signum

$$\text{sgn} \quad \text{signum}$$

$$\text{sgn } 5 = 1$$

$$\text{sgn } 5 = 1$$

$$\text{sgn } (-27) = -1$$

$$\text{sgn } (-27) = -1$$

Przykłady zapisów funkcji

$$f_n(x) = nx + 1$$

$$f_n(x) = nx + 1$$

$$f_{n+1}(x) = (n+1)x + 1$$

$$f_{n+1}(x) = (n+1)x + 1$$

$$F_{n_k}(x)$$

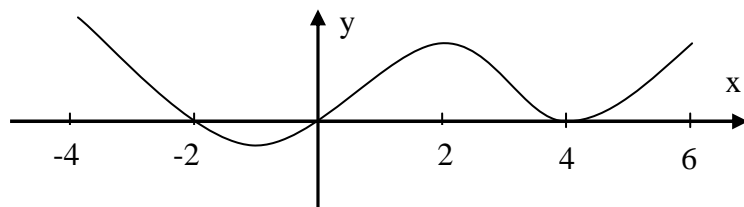
$$F_{n_k}(x)$$

W pierwszym zapisie znak \square jest początkiem projekcji złożonej, pusty znak kończy tę projekcję. W drugim zapisie projekcję kończą znaki \square .

Graficzne przedstawienie wykresów wielomianów

Na lekcjach poświęconych wielomianom i funkcjom kwadratowym, zwłaszcza przy rozwiązywaniu nierówności, istnieje konieczność szkicowania wykresów funkcji z dokładnością do miejsc zerowych i znaku wartości funkcji.

Przykład:



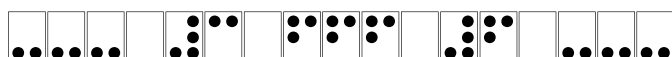
Używając znaków brajlowskich, taki szkic wykresu można przedstawić graficznie w następujący sposób:



Znajdujące się w tej linii liczby to miejsca zerowe funkcji. Występujące w zapisie litery „f” można traktować jako „podniesione” plusy zapisu brajlowskiego, obrazujące fakt (i podkreślające go w sposób graficzny), że w określonych przedziałach ograniczonych miejscami zerowymi, funkcja przyjmuje wartości dodatnie, a więc jej wykres znajduje się nad osią OX. Znaki minus odpowiadają sytuacji, gdy fragment wykresu przebiega poniżej osi OX, czyli gdy funkcja przyjmuje wartości ujemne. Łatwo się więc zorientować, w których miejscach wykres przecina oś OX (funkcja zmienia znak), a w których mamy do czynienia z sytuacją, w której wykres tylko „dotyka” osi, pozostając po tej samej jej stronie (funkcja nie zmienia znaku).

Przykłady:

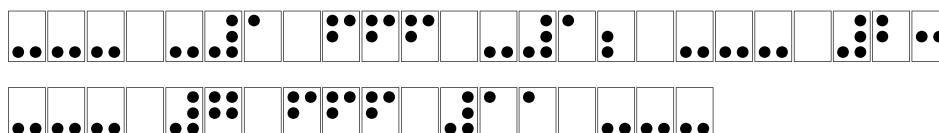
Funkcja kwadratowa z dwoma miejscami zerowymi, z ramionami paraboli skierowanymi w dół:



Funkcja kwadratowa z jednym (podwójnym) miejscem zerowym, z ramionami paraboli skierowanymi w górę:



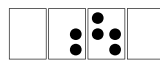
Jeżeli zapis nie mieści się w jednej linii, piszemy go w kolejnych liniach, dzieląc w miejscu dowolnego odstępu.



DUŻA KLAMRA ŁĄCZĄCA KILKA WIERSZY

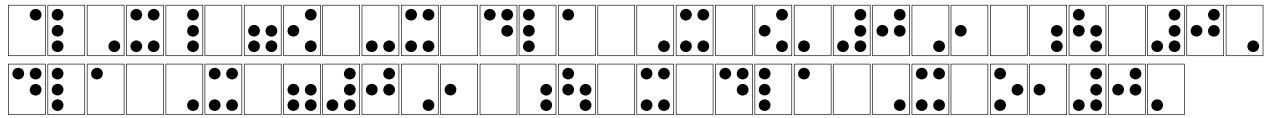


początek wyrażeń objętych dużą klamrą

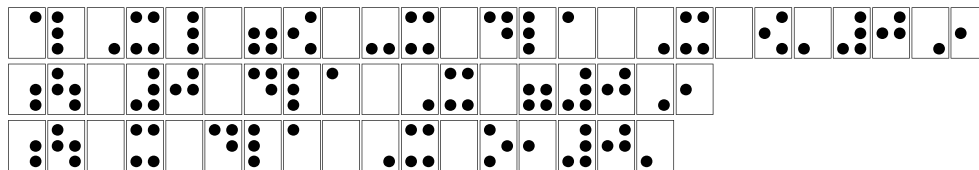


znak nowego wiersza

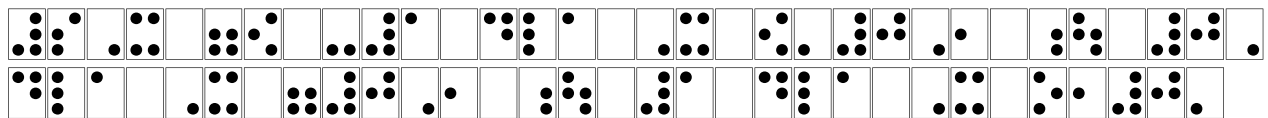
$$|x| = \begin{cases} -x & \text{dla } x < 0, \\ 0 & \text{dla } x = 0, \\ x & \text{dla } x > 0. \end{cases}$$



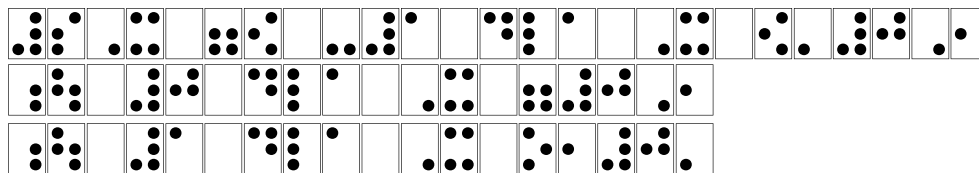
lub



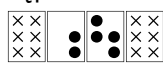
$$\text{sgn } x = \begin{cases} -1 & \text{dla } x < 0, \\ 0 & \text{dla } x = 0, \\ 1 & \text{dla } x > 0. \end{cases}$$



lub

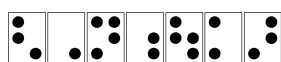


Znak nowego wiersza używany jest także do zapisu niektórych wyrażeń, w których zmiana wiersza występuje lokalnie. Przykładem może być symbol Newtona³⁶. W takim przypadku znak nowego wiersza pisze się bez odstępów.



znak nowego wiersza o działaniu lokalnym

$$\binom{n}{k}$$



Innym przykładem użycia znaku nowego wiersza może być wzór na kombinację z powtórzeniami.

$$\overline{C}_n^k = \binom{n+k-1}{k}$$



³⁶ Rozdział Poradnika – Rachunek prawdopodobieństwa i kombinatoryka.

Należy jednak mieć na uwadze:

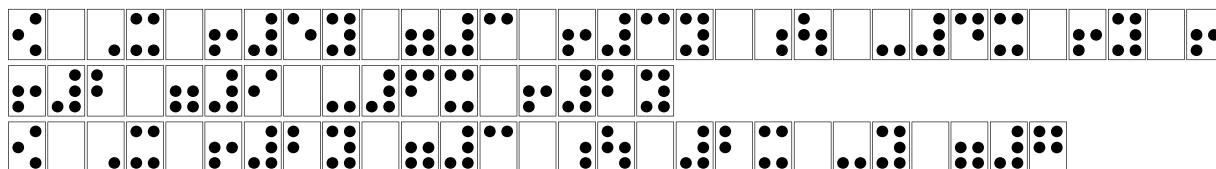
- Odczyt pisma Braille'a jest punktowy (pismo czytane palcami). Z tego względu nie wszystko co wygląda przejrzyste w czarnym druku jest równie przejrzyste dla osoby niewidomej. Wielu uczniów wybiera zdecydowanie drugi sposób zapisu.
- W drugim sposobie zapisu mimo wprowadzenia dodatkowych znaków zaoszczędzono jeden wiersz.
- Zastosowanie podziału wyrażenia w dowolnym miejscu³⁹ zaowocowałyby z pewnością zaoszczędzeniem dwóch wierszy.

Układy równań

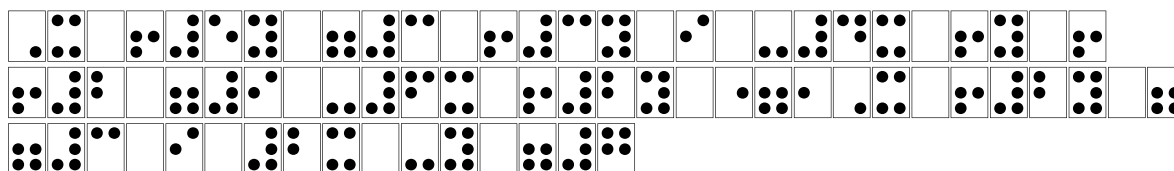
W zapisie układów równań i kolejnych kroków rozwiązania można się posłużyć znakami dużej klamry spinającej oraz zmiany wiersza⁴⁰

$$\begin{cases} x + 5y = 3 + 3y \\ -4x + y + 2 = 9 - 6x + 2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$



W zapisie kolejnych kroków rozwiązania można stosować spójniki opisowe i logiczne.



Zapis czarnodrukowy kolejnych kroków z zastosowaniem opisowych spójników jest następujący:


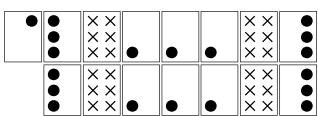
$$\begin{aligned} x + 5y = 3 + 3y \quad \text{i} \quad -4x + y + \\ + 2 = 9 - 6x + 2y \Leftrightarrow x + 2y = \\ = 3 \quad \text{i} \quad 2x - y = 7 \end{aligned}$$


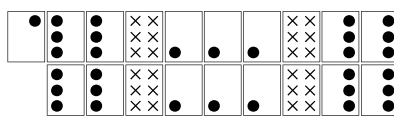
Czytelność kolejnych kroków rozwiązania dla osób widzących będzie z pewnością dyskusyjna. Wielu uczniów niewidomych wybiera jednak liniowy sposób zapisu.

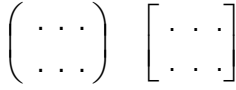
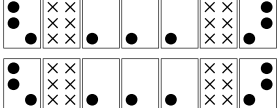
³⁹ Rozdział Poradnika – Przenoszenie części wyrażen matematycznych do następnego wiersza.

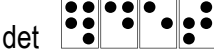
⁴⁰ Rozdział Poradnika – Duża klamra łącząca kilka wierszy.

Znaki wyznaczników i macierzy

Kreski dla wyznacznika  

Moduł wyznacznika  

Nawiasy dla macierzy  

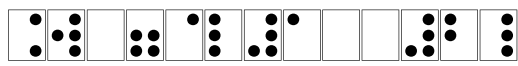
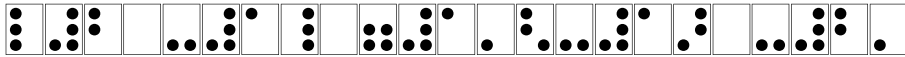
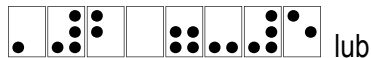
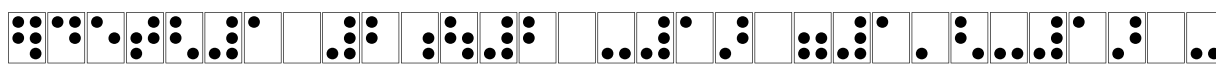

Wyznacznik 

Dla układu równań

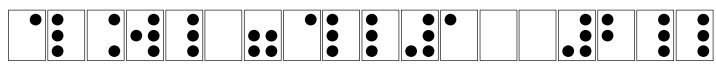
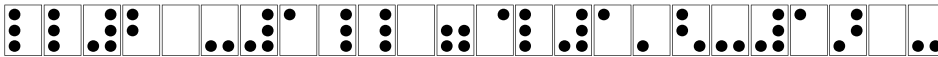

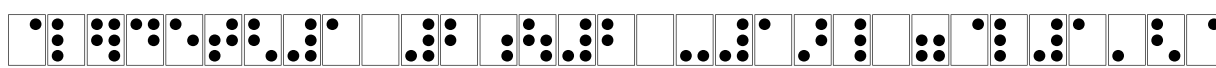
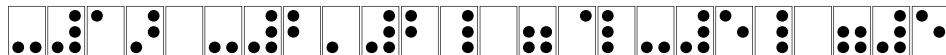
$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

wyznacznik:

$$W = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1) - 2 \cdot 2 = -5$$

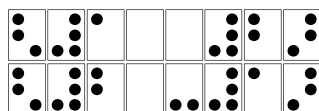
   lub  

$$|W| = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = |1 \cdot (-1) - 2 \cdot 2| = |-5| = 5$$

   lub  

reprezentacja w postaci macierzy:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

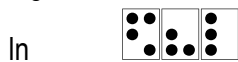


LOGARYTMY

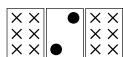
oznaczenie funkcji



logarytm o podstawie 10



logarytm naturalny

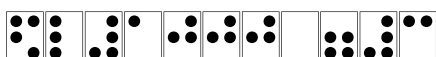


znak poprzedzający

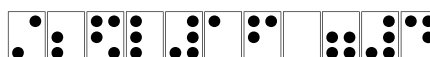
podstawę logarytmu różną od e lub 10⁴¹

Podstawę logarytmu traktuje się jako górny wskaźnik lewostronny i podaje przed znakiem logarytmu.

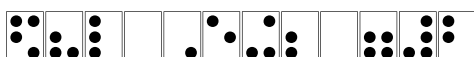
$$\log 1000 = 3$$



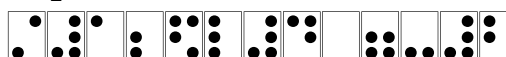
$$\log_2 16 = 4$$



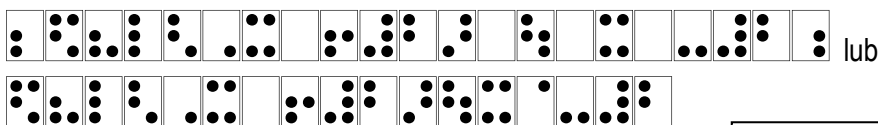
$$\ln e^2 = 2$$



$$\log_{\frac{1}{2}} 4 = -2$$

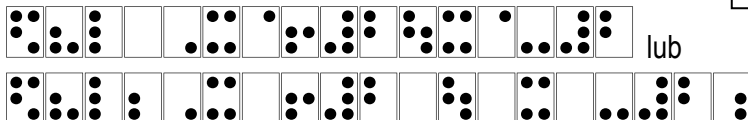


$$\frac{\ln(x+2)}{x-2}$$

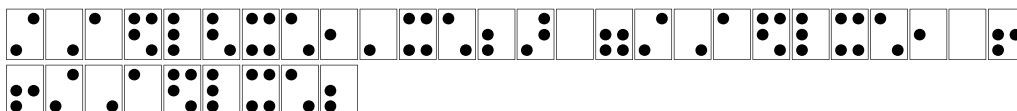


Zastosowanie pustego znaku po nazwie funkcji przed ułamkiem algebraicznym sprawia, że ułamek jest argumentem funkcji.

$$\ln \frac{x+2}{x-2}$$



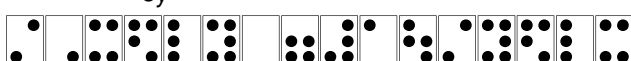
$$\log_a(x_1 \cdot x_2) = \log_a x_1 + \log_a x_2$$



$$\log_a x^m = m \cdot \log_a x$$



$$\log_x y = \frac{1}{\log_y x}$$



⁴¹ Rozdział Poradnika – Wskaźniki lewostronne.

GEOMETRIA

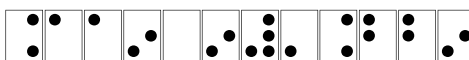
Podstawowe symbole geometryczne

| | | |
|---|--|------------------------------------|
| ⊥ | | prostopadłe |
| ∠ | | nieprostopadłe |
| ∥ | | równoległe |
| ≠ | | nierównoległe |
| ~ | | jest podobny |
| ∄ | | nie jest podobny |
| ≡ | | jest przystający |
| ≢ | | nie jest przystający |
| ∠ | | kąt |
| ∟ | | kąt prosty |
| △ | | trójkąt |
| ▵ | | trójkąt prostokątny |
| □ | | kwadrat |
| ▭ | | prostokąt |
| ○ | | okrąg |
| ⊙ | | średnica |
| ⋅ | | prim |
| ″ | | bis |
| | | odcinek |
| | | prosta |
| ⤴ | | górnny łuk |
| ⤵ | | dolny łuk |
| → | | strzałka zwrócona w prawo |
| ← | | strzałka zwrócona w lewo |
| ↔ | | strzałka zwrócona w prawo i w lewo |

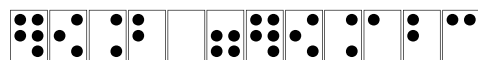
$$AB \parallel CD$$



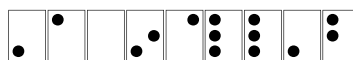
$$AA' \not\parallel BB'$$



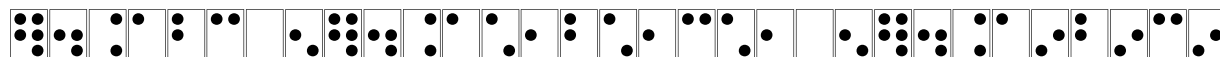
$$\sphericalangle B = \sphericalangle ABC$$



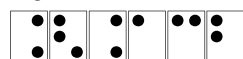
$$a \not\parallel b$$



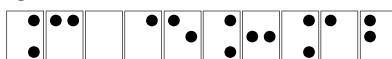
$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle A'B'C'$$



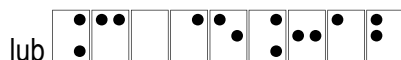
$$\overline{ACB}$$



$$C \in \overline{AB}$$



$$\overline{AC} \perp \overline{DB}$$



Oznaczenia wektorów

Do oznaczania wektorów używa się następujących znaków kluczowych:

$$\rightarrow \quad \begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet & \times & \times \\ \bullet & \bullet & \bullet & \times & \times \\ \bullet & \bullet & \bullet & \times & \times \end{matrix} \quad \text{wektor zwrócony w prawo}$$

$$\leftarrow \quad \begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet & \times & \times \\ \bullet & \bullet & \bullet & \times & \times \\ \bullet & \bullet & \bullet & \times & \times \end{matrix} \quad \text{wektor zwrócony w lewo}$$

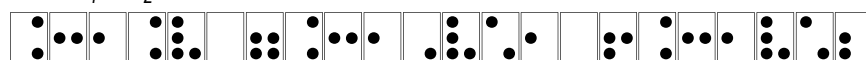
Znak kluczowy strzałki wektora jest znakiem nawiasującym⁴². Oznacza to, że obejmuje całe wyrażenie występujące po nim.

$$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{DC}$$

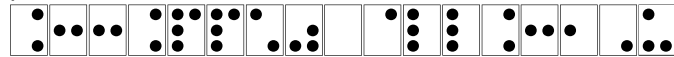


\overrightarrow{AB} i \overrightarrow{DC} są przeciwnne.

$$\overrightarrow{V} = \overrightarrow{v_1} + \overrightarrow{v_2}$$

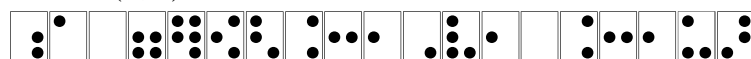


$$\text{prosta } PP_0 \parallel \overrightarrow{u}$$



Prosta przechodząca przez punkty P i P_0 równoległa do wektora \overrightarrow{u} .

$$\alpha = \sphericalangle(\overrightarrow{v}, \overrightarrow{u})$$

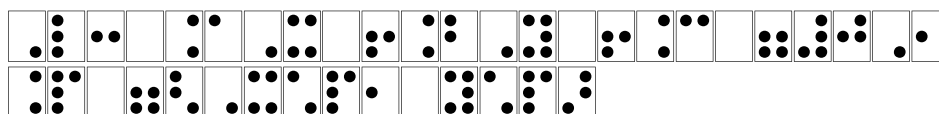


⁴² Rozdział Poradnika – Znaki nawiasujące pisane nad lub pod wyrażeniem.

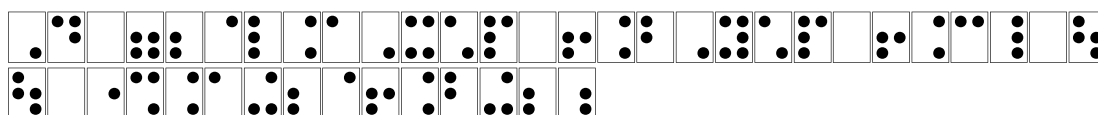
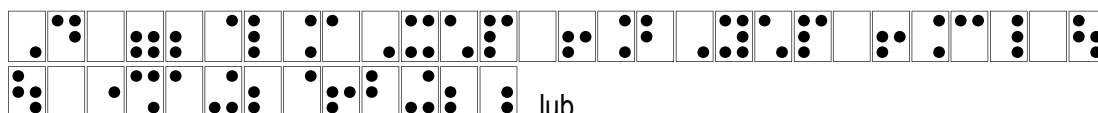
Geometria analityczna

Odległość punktu od prostej

$$l: Ax + By + C = 0, \quad P = (x_p, y_p)$$



$$d = \frac{|Ax_p + By_p + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

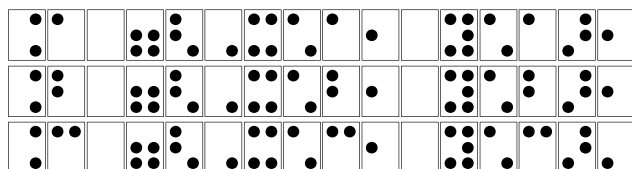


Pole trójkąta o danych wierzchołkach

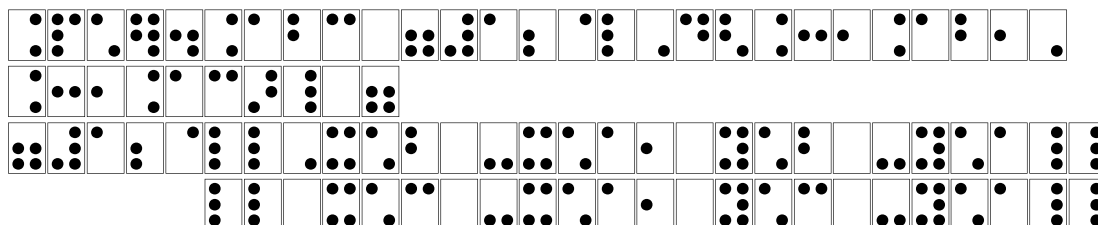
$$A = (x_a, y_a),$$

$$B = (x_b, y_b),$$

$$C = (x_c, y_c).$$



$$P_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |d(\vec{AB}, \vec{AC})| = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_b - x_a & y_b - y_a \\ x_c - x_a & y_c - y_a \end{vmatrix}^{43}$$



⁴³ Odpowiednie znaki w rozdziale Poradnika – Znaki wyznaczników i macierzy.

TRYGONOMETRIA

Miara stopniowa kąta

| | zapis pełny | zapis skrócony | |
|----|-------------|----------------|------------------------------------|
| ° | | | znak stopnia kąтового |
| ' | | | znak minuty kątovej ⁴⁴ |
| '' | | | znak sekundy kątovej ⁴⁵ |

$$\alpha = 30^\circ$$

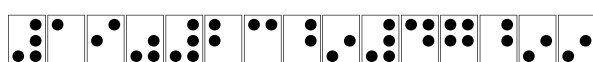


$$\beta = \frac{1}{5}^\circ$$



W powyższym wyrażeniu użyto pełnego zapisu stopnia, ponieważ przy pomyłkowo zastosowanym skróconym zapisie wyrażenie to zostałoby odczytane jako $\beta = \frac{1}{50}$.

$$19^\circ 23' 47''$$



Zapis minut i sekund kątowych prawie zawsze wymaga stosowania zapisu pełnego.

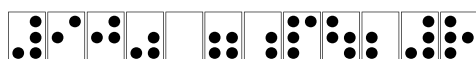
Miara łukowa kąta

radian lub

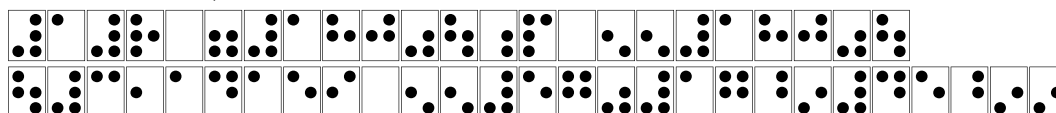
$$90^\circ = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$



lub



$$1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx \frac{180^\circ}{3,14159} \approx 57^\circ 17' 45''$$





⁴⁴ Ze względu na niejednoznaczności, zapis skrócony minut kątoowych stosowany jest bardzo rzadko.


⁴⁵ Ze względu na niejednoznaczności, zapis skrócony sekund kątoowych stosowany jest bardzo rzadko.


Funkcje trygonometryczne


Oznaczenia funkcji trygonometrycznych


sin  sinus

cos  cosinus

tg  tangens

ctg  cotangens

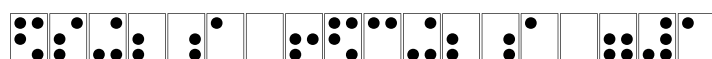
sec  secans

cosec  cosecans

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

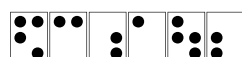


$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

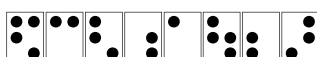


Przykłady funkcji trygonometrycznych

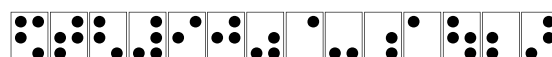
$$\frac{\cos \alpha}{2}$$



$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$



$$\operatorname{tg}\left(\frac{90^\circ - \alpha}{2}\right)$$



$$\cos \frac{\alpha}{2}$$







$$\operatorname{tg} \frac{90^\circ - \alpha}{2}$$

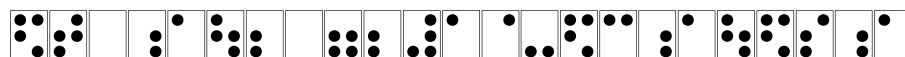




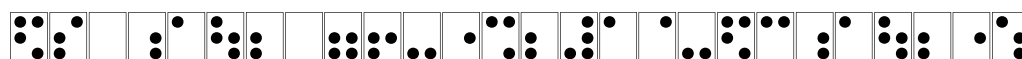


Zastosowanie pustego znaku po nazwie funkcji przed ułamkiem algebraicznym sprawia, że ułamek jest argumentem funkcji.

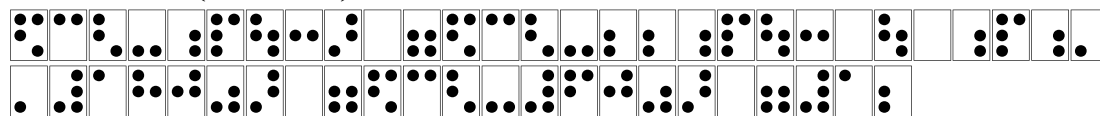
$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$



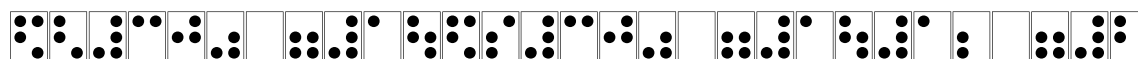
$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$



$$\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{3} \cdot 180^\circ\right) = \cos(-60^\circ) = \frac{1}{2}$$

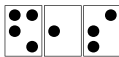


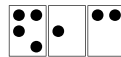
$$\operatorname{cosec} 30^\circ = \frac{1}{\sin 30^\circ} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

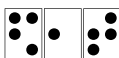


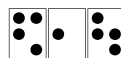
Odwrotne funkcje trygonometryczne

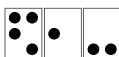
Oznaczenia odwrotnych funkcji trygonometrycznych

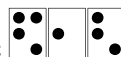
arcsin  arcus sinus

arccos  arcus cosinus

arctg  arcus tangens

arcctg  arcus cotangens

arcsec  arcus secans

arc cosec  arcus cosecans

$$f(x) = \operatorname{tg} x$$

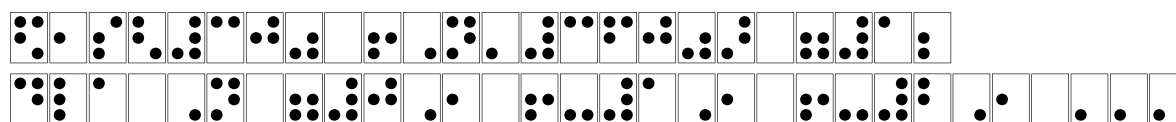


$$f^{-1}(x) = \operatorname{arctg} x$$



$$\operatorname{arc} \sin(30^\circ + n \cdot 360^\circ) = \frac{1}{2}$$

dla $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$



LOGIKA MATEMATYCZNA

Symbole logiczne

| | | |
|-------------------|--|-------------------------|
| \vee | | lub |
| \wedge | | i |
| \Rightarrow | | to |
| \Leftrightarrow | | wtedy i tylko wtedy gdy |
| \sim | | nie (nieprawda, że) |

Kwantyfikatory

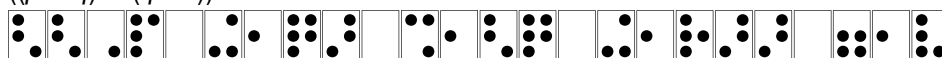
\bigvee lub \exists szczególny (istnieje takie ..., że)

\bigwedge lub \forall ogólny (dla każdego ...)

$a \vee b$



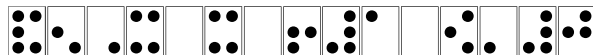
$((p \wedge q) \vee (q \wedge r)) \Rightarrow v$



$\forall x \ x^2 \geq 0$



$\exists x \ x + 1 < 0$




$\sim \forall x \ p(x) \Leftrightarrow \exists x \ \sim p(x)$



RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA I KOMBINATORYKA

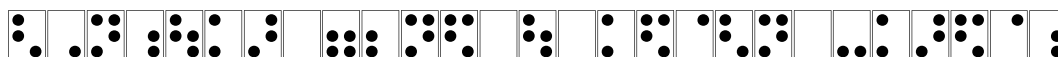
Silnia


!  silnia

$$5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$$

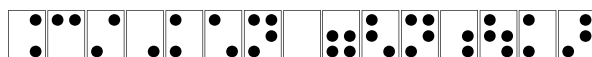


$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

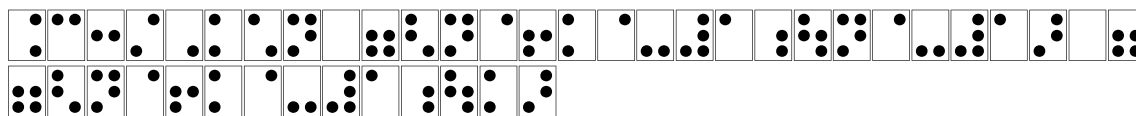


Po znaku silni należy postawić odstęp, a jeśli z jakiegoś powodu musimy go wypełnić, używamy znaku .

$$C_n^k = \binom{n}{k}$$



$$\bar{C}_n^k = \binom{n+k-1}{n-1} = \binom{n+k-1}{k}$$



$$V_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$








$$\bar{V}_n^k = n^k$$





GRANICE

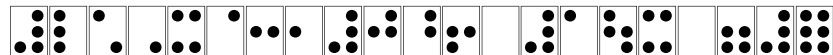
Symbole używane w zapisie granic

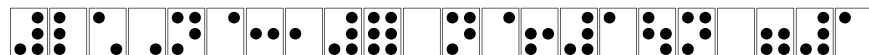
\lim  limes
 ∞  symbol nieskończoności
 „dąży do”


Symbol „dąży do” jest złożeniem znaku wypełniającego  oraz skróconego symbolu strzałki .

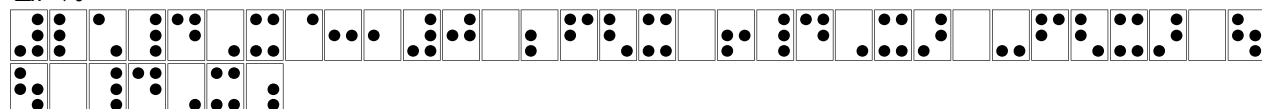
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$$


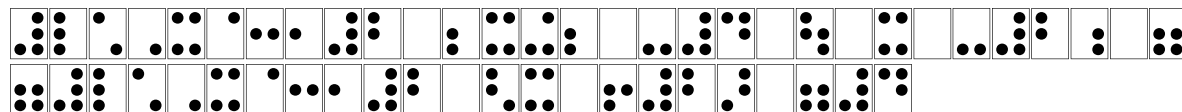
Przed wyrażeniem $\frac{1}{x}$ zastosowano pusty znak . Zamyka on projektor prosty.

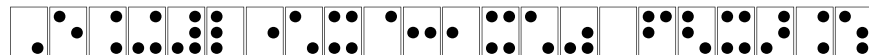
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = \infty$$





$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1$$


$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2^{-x} = 0$$


$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$


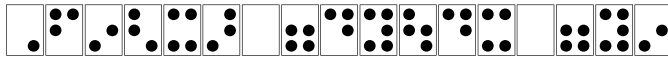
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = 4$$



$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$$


Znak  jest znakiem początku projektora szczegółowego, znak  rozpoczyna projekcję złożoną. Projektor złożony kończy pusty znak, a szczegółowy .

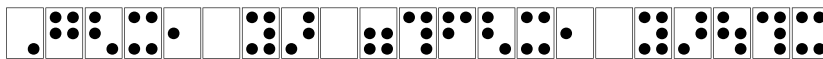
POCHODNE

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} = y' \quad \text{pochodna}$$



∂  znak pochodnej cząstkowej

$$g(x, y) = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x}$$

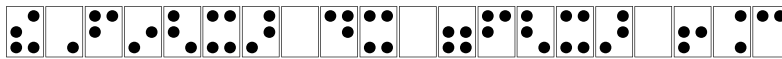


CAŁKI

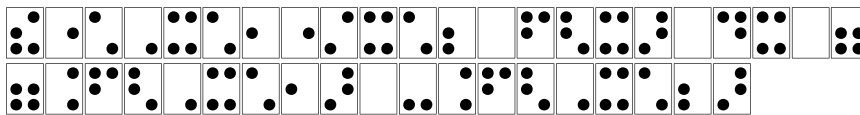
∫  znak całki

|  kreska całkowa

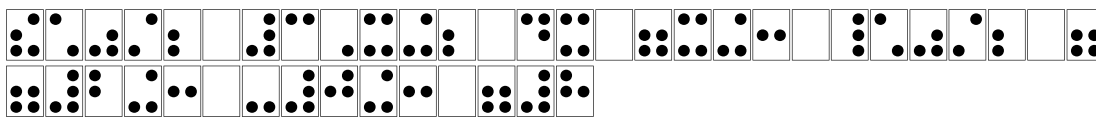
$$\int f'(x) dx = f(x) + C$$



$$\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = F(x_1) - F(x_2) \quad \text{całka oznaczona}$$



$$\int_0^2 3x^2 dx = x^3 \Big|_0^2 = 2^3 - 0^3 = 8$$



WZAJEMNE POŁOŻENIE ZNAKÓW

Przytoczone i omówione w Poradniku symbole stosowane w zapisach brajlowskich oraz przykłady różnorodnych wyrażeń wskazują na wagę precyzyjnego i zgodnego z regułami używania znaków punktowego pisma Braille'a.

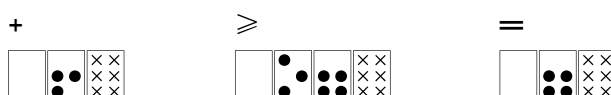
- Ten sam znak pisma Braille'a może mieć wiele znaczeń.
- Istotną rolę odgrywa położenie znaku w tekście matematycznym.
- Szczególne znaczenie odgrywa przerwa w zapisie (odstęp), określany jako „pusty znak”.

Ze względu na sąsiedztwo „pustego znaku” w brajlowskim zapisie matematycznym wyróżnia się 6 grup znaków⁴⁶. Przykładowe znaki poszczególnych grup podano poniżej:

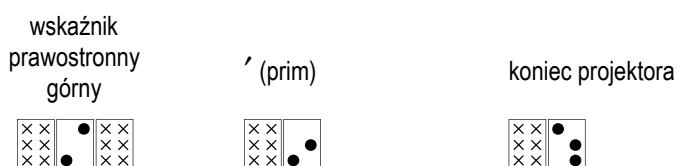
Grupa A – znaki pisane z lewej strony z odstępem lub bez.



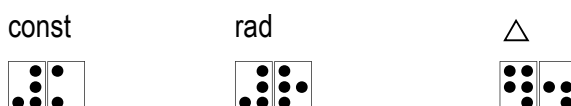
Grupa B – znaki pisane z odstępem z lewej strony



Grupa C – znaki pisane bez odstępu z lewej strony



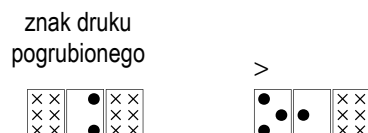
Grupa A' – znaki pisane z prawej strony z odstępem lub bez



Grupa B' – znaki pisane z odstępem z prawej strony



Grupa C' – znaki pisane bez odstępu z prawej strony



⁴⁶ Rozdział Poradnika – *Następstwo znaków*.

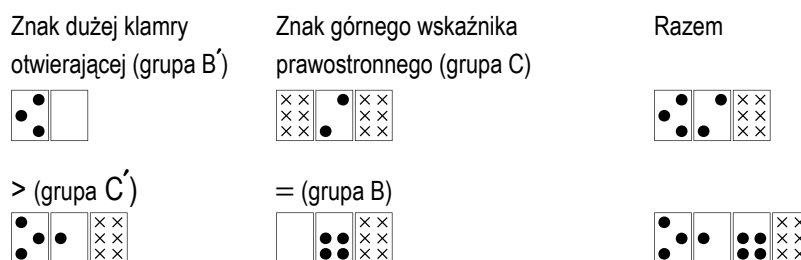
Bezpośrednie sąsiedztwo znaków niektórych grup wyklucza spełnienie wyżej podanych warunków poprawnego zapisu. Przykładem mogą być znaki z grupy C występujące bezpośrednio po znakach grupy B*. Jedno z poleceń nakazuje zachowanie odstępu między dwoma znakami, a drugie wyklucza „pusty znak”. Przyjęte w notacji matematycznej definicje symboli minimalizują ilość takich przypadków. Trudno jednak wykluczyć je całkowicie. W celu rozwiązania takich sytuacji nadano poszczególnym definicjom różną moc obowiązującą.

- Absolutnie obowiązujące są określenia z grup C i C'.
- Następane pod względem ważności są definicje grupy B i B'.
- Miejsce ostatnie zajmują grupy A i A'.

W sytuacjach konfliktowych należy stosować poniższe reguły mówiące o następowaniu po sobie znaków matematycznych:

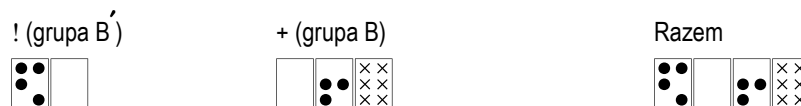
1. Dwa kolejne znaki pisze się **bezpośrednio po sobie** w dwóch przypadkach:

- jeżeli pierwszy z nich jest z grupy C', a drugi dowolny lub
- pierwszy jest dowolny, a drugi z grupy C.



2. Między dwoma kolejnymi znakami musi być pozostawiony „pusty znak”, gdy

- pierwszy z nich jest z grupy B', a drugi z B lub A, albo
- drugi jest z grupy B, a pierwszy z B' lub A'.



3. Jeżeli pierwszy znak będzie z grupy A', a drugi z A lub na odwrót, to można pozostawić między nimi pusty znak lub nie, zależnie od tego, co jest wygodniejsze w czytaniu.

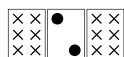
BRAJLOWSKA NOTACJA FIZYCZNA – UWAGI

Nauki fizyczne w przedstawianiu swych treści i analizach posługują się narzędziami matematyki. Stąd zapisy fizyczne w większości przypadków w swej istocie niczym nie różnią się od zapisów matematycznych. W zależnościach fizycznych spotyka się jednakże nieco inne oznaczenia, a symbole wielkości fizycznych opatrzone są niejednokrotnie złożonymi wskaźnikami. Istotną rolę odgrywają także jednostki wielkości fizycznych i ich przekształcenia. W poniższych rozdziałach w sposób poszerzony zostaną omówione zagadnienia występujące w zapisach fizycznych. Treści te stanowią jednakże integralną całość z zapisami matematycznymi. Zakłada się, że Czytelnik zapoznał się z treścią rozdziałów Poradnika poświęconych zapisom matematycznym.

WSKAŹNIKI I „ZNACZKI” WE WZORACH FIZYCZNYCH⁴⁷

Zastosowanie wskaźników i „znaczków” w symbolach wielkości fizycznych jest bardzo szerokie. W wielu przypadkach stanowią one nierozłączną część symbolu, w innych pozwalają precyzyjnie określić stan lub przebieg procesu. Podkreślają wzajemne związki pomiędzy wielkościami, nieraz wskazują na pewne korelacje, przeciwieństwa, różnice. Zastosowanie wskaźników i „znaczków” w zapisach z pewnością czyni je bardziej uporządkowanymi, przejrzystymi, a przez to bardziej zrozumiałymi. Z tych względów w niniejszej części Poradnika przedstawione i omówione zostaną wybrane zależności z różnych działów fizyki, w których wykorzystane dodatkowe oznaczenia w postaci wskaźników i „znaczków”.

W większości przypadków w symbolach wielkości fizycznych wykorzystuje się wskaźniki prawostronne.⁴⁸

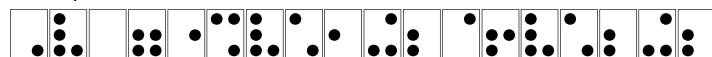


- dolny wskaźnik prawostronny



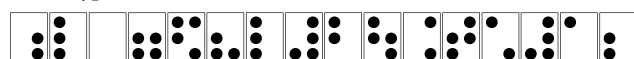
- górny wskaźnik prawostronny

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$



Wskaźniki precyzują oznaczenie wielkości fizycznej i podkreślają związki pomiędzy wielkościami.

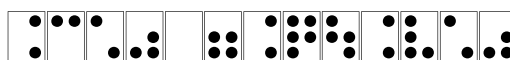
$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$



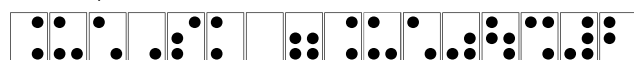
$$C_0 = \frac{Q}{V_0}$$



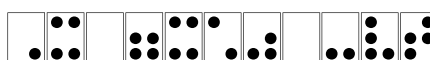
lub



$$U_{sk} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$



$$x = x_0 - vt$$



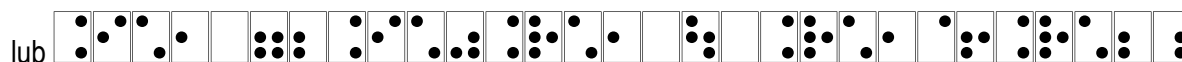
$$\frac{s_1}{s_2} = \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2$$



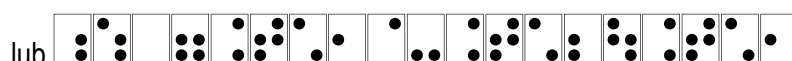
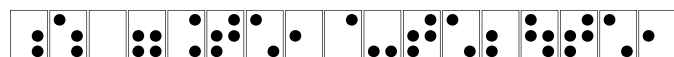
⁴⁷ Definicje znaków wskaźników prawostronnych, lewostronnych, „znaczków”, szczegółowe zasady ich pisowni oraz odpowiednie tablice zamieszczono w rozdziale Poradnika – *Potęgi i wskaźniki*.

⁴⁸ Rozdział Poradnika – *Znaki kluczy dla wykładników potęgi i wskaźników prawostronnych*.

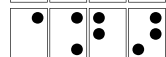
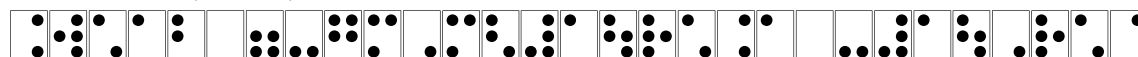
$$I_1 = \frac{I_0 R_1}{R_1 + R_2}$$



$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

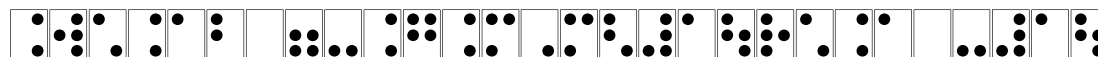


$$W_{AB} = -GMm \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$



Pierwszy wiersz powyższego wzoru w zapisie brajlowskim złamano po znaku dolnego wskaźnika „B”. Wyrażenie matematyczne zostało przerwane w miejscu, gdzie nie ma pustego znaku, wtedy jako znaku przenoszenia używa się znaku . Znak ten należy powtórzyć na początku następnego linijki.⁴⁹

Stosując nadmiarowo znaki wielkiej litery można również zapisać:



Wiersz został złamany na znaku kreski ułamkowej.

W niektórych oznaczeniach wielkości fizycznych stosuje się tzw. „znaczkę”.⁵⁰ Poniżej podano listę najczęściej używanych „znaczków” w zapisach fizycznych.

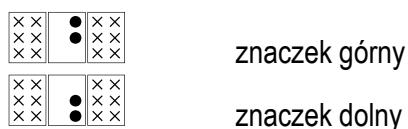
| | | | | | |
|----|--|--------|---|--|----------|
| ' | | prim | o | | kółko |
| '' | | bis | . | | kropka |
| + | | plus | ^ | | daszek |
| - | | minus | ~ | | falka |
| — | | kreska | * | | gwiazdka |

Znaczkę pisze się po symbolu, do którego się odnosi. Przypisuje się im ten sam rząd, jaki ma symbol zasadniczy. Położenie znaczkę względem symbolu zasadniczego określa odpowiedni znak klucza między nim, a symbolem.

⁴⁹ Rozdział Poradnika – Przenoszenie części wyrażeń matematycznych do następnego wiersza.

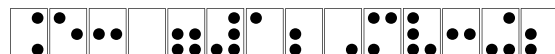
⁵⁰ Rozdział Poradnika – Tak zwane „znaczkę”.

Znaki kluczy stosowanych do znaczków są następujące:



Znak klucza znacznka dolnego obowiązuje zawsze. Znak klucza znacznka górnego, jeśli zapis jest jednoznaczny, można opuścić.

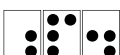
$$\bar{E} = \frac{1}{2} m \bar{v}^2$$



\bar{v}



π^*



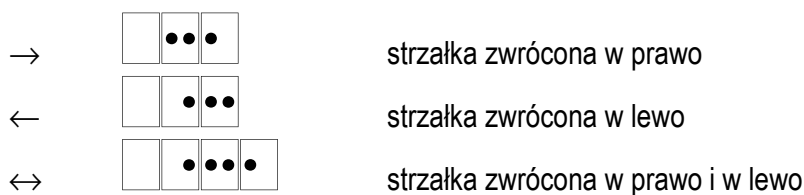
Wartości średnie często oznacza się kreską nad odpowiednim symbolem.

Strzałki w zapisach fizycznych

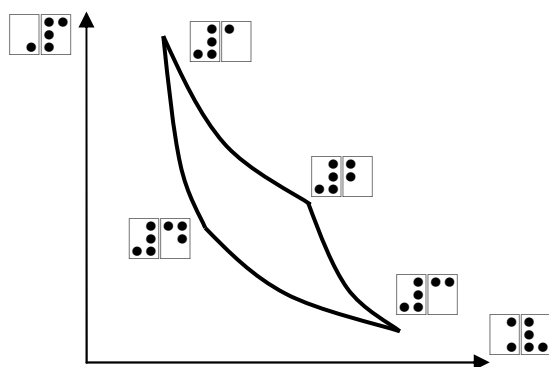
Zwykłe strzałki ⁵¹

Strzałki mogą być wykorzystywane w opisach, do wskazania kierunku zachodzących przemian, jako jeden z wyrazów wskaźnika itp.

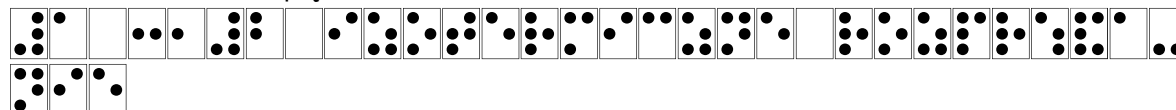
Znaki kluczowe takich strzałek są następujące:



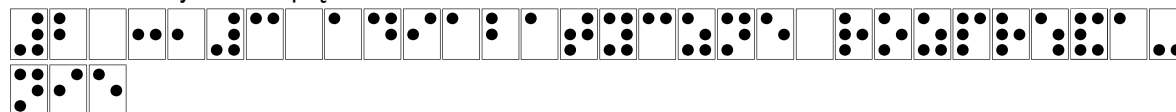
Wykorzystanie symbolu zwykłej strzałki przedstawiono poniżej w opisie cyklu Carnota.



1 → 2 izotermiczne rozprężanie



2 → 3 adiabaticzne rozprężanie

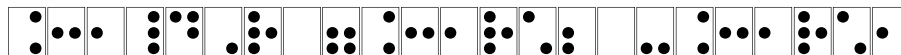


⁵¹ Rozdział Poradnika -Podstawowe symbole geometryczne.

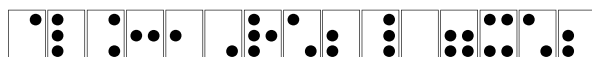
$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$$



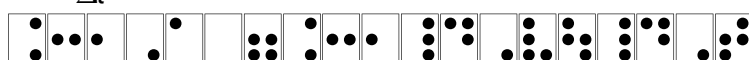
$$\vec{\Delta r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$



$$|\vec{r}_2| = x_2$$



$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$



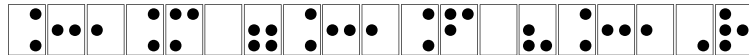
$$\vec{\Delta p}_1 = m_1 \vec{\Delta v}$$



$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

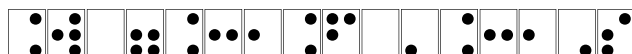


$$\vec{M} = \vec{F} \times \vec{r}$$



W zapisie iloczynu wektorowego dwóch wektorów używa się znaku mnożenia – krzyżyka.

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$



W zapisie iloczynu skalarnego dwóch wektorów używa się znaku mnożenia – kropki.

Strzałki pod wyrażeniem

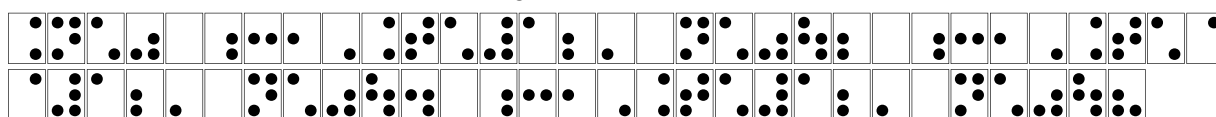
Strzałki używane jako znaki pisane nad lub pod wyrażeniem.⁵⁴

Strzałki poprzedzają zapis wyrażenia, które występuje nad lub pod strzałką.

→ strzałka w prawo pisana pod wyrażeniem

← strzałka w lewo pisana pod wyrażeniem

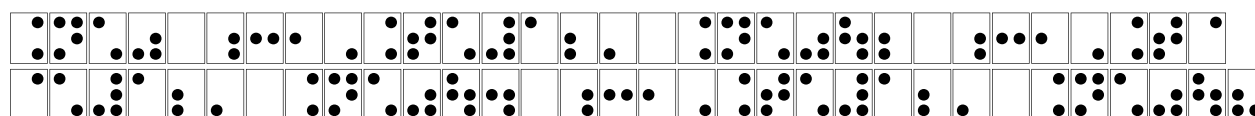
$$N_0 \xrightarrow{T_{1/2}} \frac{N_0}{2} \xrightarrow{T_{1/2}} \frac{N_0}{4} \xrightarrow{T_{1/2}} \frac{N_0}{8}$$




W wyrażeniu tym 6. punkt przed T jest znakiem początku wyrażenia zapisanego nad strzałką, a 3. punkt końcem tego wyrażenia.

⁵⁴ Symbole strzałek używane także we wzorach chemicznych; rozdział Poradnika – *Symbole strzałek w zapisach chemicznych.*

Wyrażenie można również zapisać, stosując znak dużej litery „nadmiarowo”:

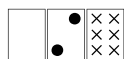


Pierwszy wiersz wyrażenia został złamany w miejscu nie będącym „pustym znakiem”. W takim przypadku na końcu wiersza należy umieścić czwarty punkt . Znak ten powtarzamy na początku nowego wiersza.⁵⁵

Wskaźniki lewostronne w zapisach fizycznych

W niektórych wyrażeniach fizycznych zachodzi potrzeba wykorzystania wskaźników lewostronnych.⁵⁶

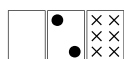
zapis skrócony



zapis pełny

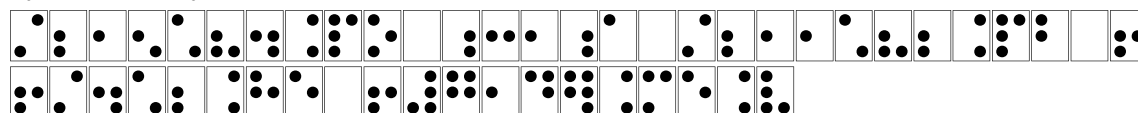
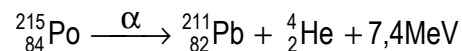



- górny wskaźnik lewostronny



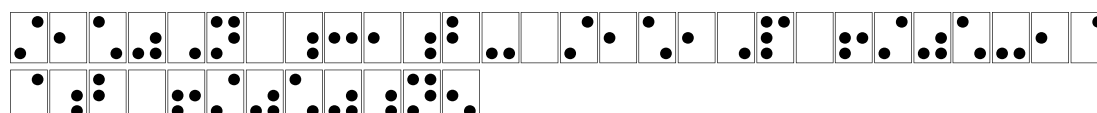
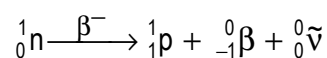
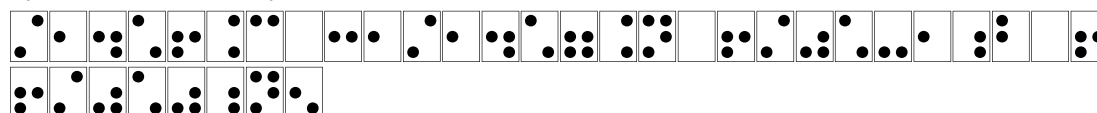
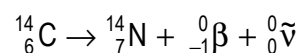
- dolny wskaźnik lewostronny

W zapisach na ogół wystarcza zapis skrócony. Pełny zapis wskaźników lewostronnych należy stosować w przypadkach konieczności uniknięcia niejednoznaczności zapisu.




W zapisie powyższej reakcji zastosowano znak kluczowy symbolu pierwiastka chemicznego .⁵⁷ Symbol pierwiastka chemicznego stanowi całość i nie należy go traktować jak wyrażenie algebraiczne. Przed drugą literą w dwuliterowych symbolach pierwiastków nie stosuje się znaku małej litery łacińskiej.

Symbol słowny jednostki poprzedzono znakiem miana .⁵⁸ W zapisie jednostek obowiązują również inne reguły stosowania znaków alfabetu. W granicach symbolu każdy znak dużej litery odnosi się tylko do tej litery przed którą stoi.⁵⁹



Pierwszy wiersz wyrażenia został złamany przed symbolem cząstki β , który rozpoczyna drugi wiersz.

Złamanie nastąpiło w miejscu, gdzie nie ma pustej kratki. Jako znaku przeniesienia stosuje się . Znak ten rozpoczyna następny wiersz.⁶⁰

⁵⁵ Rozdział Poradnika – Przenoszenie części wyrażeń matematycznych do następnego wiersza.

⁵⁶ Rozdział Poradnika – Wskaźniki lewostronne.

⁵⁷ Rozdział Poradnika – Symbole pierwiastków.

⁵⁸ Rozdział Poradnika – Jednostki i działania na jednostkach.

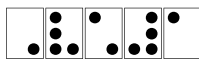
⁵⁹ Rozdział Poradnika – Symbole słowne, znak miana (reguła 2).

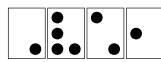
⁶⁰ Rozdział Poradnika – Przenoszenie części wyrażeń matematycznych do następnego wiersza.

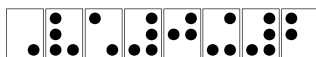
PRZYKŁADY ZAPISU RÓŻNYCH WZORÓW FIZYCZNYCH

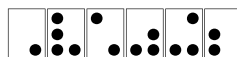
Wybrane zagadnienia transkrypcji brajlowskiej

Transkrypcja brajlowska dopuszcza pewną dowolność w zapisach. W miarę możliwości należy jednak stosować takie zapisy, które są najkrótsze. Poniżej podano przykłady różnych poprawnych zapisów tych samych wyrażeń czarnodrukowych. W ramkach podano tytuły rozdziałów Poradnika, w których szczegółowo omówiono zagadnienia stosowania odpowiednich skrótów.

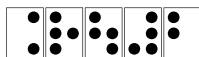
$$v_1$$


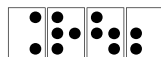
$$v_1$$


$$v_0^2$$


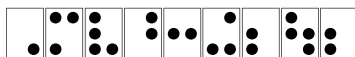
$$v_0^2$$


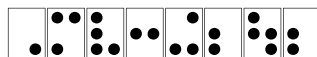
Rozdział – Znaki kluczy dla wykładników potęgi i wskaźników prawostronnych (reguła 1).

$$\frac{R}{2}$$


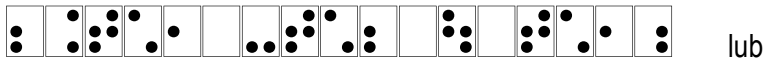
$$\frac{R}{2}$$


Rozdział – Skrócony zapis ułamków (reguła 2).

$$\frac{m\bar{v}^2}{2}$$



$$\frac{m\bar{v}^2}{2}$$


Rozdział – Tak zwane „znaczkki”.

$$\frac{T_1 - T_2}{T_1}$$




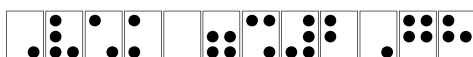
lub

$$\frac{T_1 - T_2}{T_1}$$




Rozdział – Skrócony zapis ułamków (reguła 4).

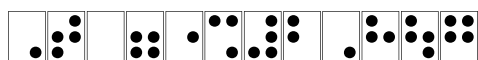
Niektóre wzory można zapisać przy pomocy prostych znaków pierwiastka.

$$v_k = \sqrt{2gh}$$


Rozdział – Prosty znak pierwiastka.

Podobny wzór wymaga już jednak zastosowania znaku projektora złożonego $\square \cdot$.

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

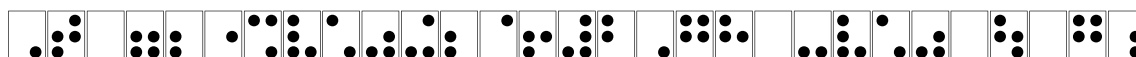


Rozdział – Złożony znak pierwiastka.

Złożone wzory wymagają bardziej szczegółowego wyjaśnienia.

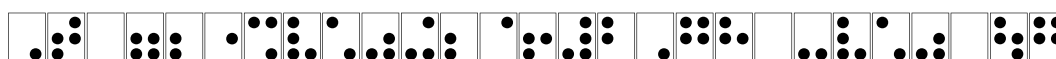
$$t = \frac{\sqrt{v_0^2 + 2gh} - v_0}{g}$$

Powyższe wyrażenie w zapisie zwykłym z użyciem znaków początku i końca ułamka będzie miało następującą postać.⁶¹



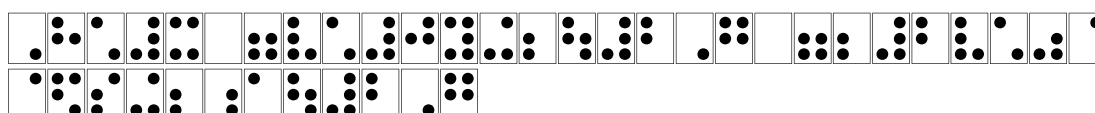
W zapisie zwykłym licznik ułamka zawarty jest pomiędzy znakiem początku ułamka, a znakiem kreski ułamkowej. Znaki działań pomiędzy poszczególnymi wyrazami licznika i mianownika poprzedzają „puste znaki”. Znak pierwiastka poprzedza znak projekcji złożonej $\square \cdot$. Działanie złożonego znaku pierwiastka przerywa pusty znak.

Zapis skrócony powyższego wyrażenia będzie miał następującą postać:



W zapisie skróconym kreska ułamkowa znajduje się w rzędzie zerowym, a licznik i mianownik ułamka w rzędzie pierwszym. Znak pierwiastka poprzedza znak projekcji złożonej $\square \cdot$. Działanie pierwiastka kończy pusty znak. Po kresce ułamkowej nie ma odstępu, a po krótkim mianowniku znaku końca ułamka. W tym przykładzie licznik jest za długi, aby pominąć znak początku ułamka.

$$h_{max} = \frac{v_{oy}^2}{2g} = \frac{2v_0 \sin^2 \alpha}{2g}$$



W powyższym zapisie brajlowskim:

- wykorzystano skrót symbolu słownego max - $\square \cdot \cdot \cdot$.⁶²
- kreska ułamkowa kończy projektor prosty wykładnika potęgi.⁶³

⁶¹ Rozdział Poradnika – Pełny zapis ułamków.

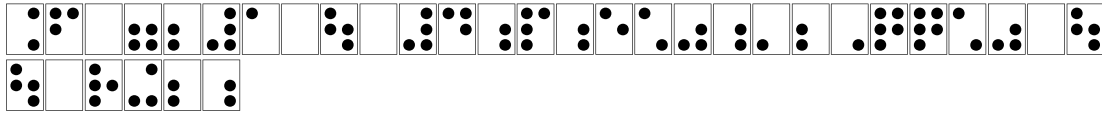
⁶² Rozdział Poradnika – Inne symbole używane w algebrze zbiorów.

⁶³ Rozdział Poradnika – Znaki kluczy dla wykładników potęgi i wskaźników prawostronnych, reguła 2.

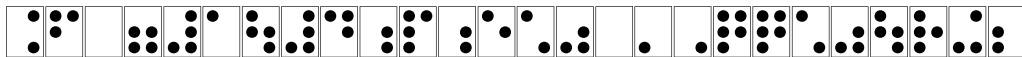
Użycie znaku mnożenia pomiędzy dwoma ułamiwkami wyjaśnia następujący przykład:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q q_0}{r^2}$$

zapis pełny



zapis skrócony

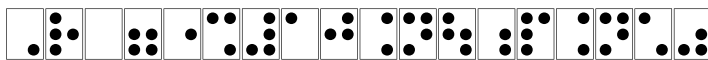


W przypadku zapisu skróconego iloczynu ułamków obowiązujące jest użycie znaku mnożenia z odstępem [] . „Pusty znak” sygnalizuje koniec ułamka. W zapisach został użyty nadmiarowo znak małej greckiej litery przed ε.

Przykłady wyrażeń z wykorzystaniem złożonych znaków kluczy

Poniżej podano przykłady wzorów, które w transkrypcji brajlowskiej wymagają użycia projekcji złożonych. Rozpoczyna je znak [] . Znaki [] kończą tę projekcję.

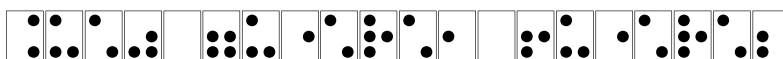
$$r = \sqrt{\frac{10N}{\pi N_0}}$$



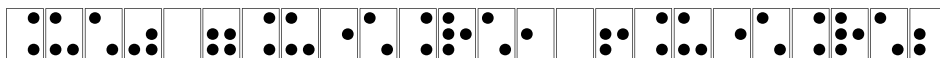
$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g+a}}$$



$$U_0 = U_{R_1} + U_{R_2}$$



lub



$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$



$$N = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}}$$



JEDNOSTKI I DZIAŁANIA NA JEDNOSTKACH

Symbole słowne, znak miana

W zapisach jednostek używa się znaku klucza dla symboli słownych, w przypadku jednostek nazywanego znakiem miana.



- znak kluczowy symboli słownych, znak miana

Podstawowe jednostki układu SI

| Wielkość | Nazwa jednostki | Symbol | Zapis brajlowski |
|-----------------|-----------------|--------|------------------|
| długość | metr | m | |
| czas | sekunda | s | |
| masa | kilogram | kg | |
| natężenie prądu | amper | A | |
| temperatura | kelwin | K | |
| światłość | kandela | cd | |
| ilość materii | mol | mol | |

Uzupełniające jednostki układu SI

| Wielkość | Nazwa jednostki | Symbol | Zapis brajlowski |
|-------------|-----------------|--------|------------------|
| kąt płaski | radian | rad | lub |
| kąt bryłowy | steradian | sr | |

Pochodne jednostki układu SI

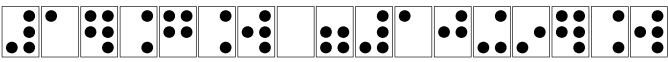
| Wielkość | Nazwa jednostki | Symbol | Zapis brajlowski |
|------------------|-------------------------|------------------|------------------|
| pole powierzchni | metr kwadratowy | m ² | |
| objętość | metr sześcienny | m ³ | |
| prędkość | metr na sekundę | m/s | |
| przyspieszenie | metr na sekundę kwadrat | m/s ² | |
| siła | niuton | N | |
| ciśnienie | paskal | Pa | |

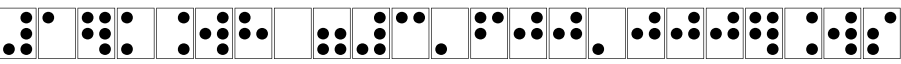
| Wielkość | Nazwa jednostki | Symbol | Zapis brajlowski |
|------------------------------------|-------------------------------|-------------------|------------------|
| praca, energia | dżul | J | |
| moc | wat | W | |
| częstotliwość | herc | Hz | |
| gęstość | kilogram na metr ³ | kg/m ³ | |
| ładunek elektryczny | kulomb | C | |
| natężenie pola elektrycznego | wolt na metr | V/m | |
| napięcie elektryczne | wolt | V | |
| pojemność elektryczna | farad | F | |
| opór elektryczny | om | Ω | |
| przewodność elektryczna | simens | S | |
| strumień magnetyczny | weber | Wb | |
| indukcja magnetyczna | tesla | T | |
| indukcyjność | henr | H | |
| strumień świetlny | lumen | lm | |
| natężenie oświetlenia | luks | lx | |
| aktywność ciała promieniotwórczego | bekerel | Bq | |
| zdolność skupiająca | dioptria | D | |

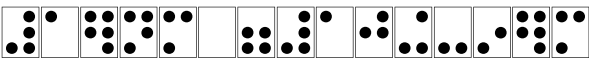
Przedrostki jednostek układu SI

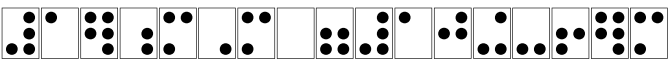
| Przedrostek | Mnożnik | Skrót | Zapis brajlowski |
|-------------|------------|-------|------------------|
| atto | 10^{-18} | a | |
| femto | 10^{-15} | f | |
| piko | 10^{-12} | p | |
| nano | 10^{-9} | n | |
| mikro | 10^{-6} | μ | |
| mili | 10^{-3} | m | |
| centy | 10^{-2} | c | |
| decy | 10^{-1} | d | |
| deka | 10^1 | da | |
| hekto | 10^2 | h | |
| kilo | 10^3 | k | |
| mega | 10^6 | M | |
| giga | 10^9 | G | |
| tera | 10^{12} | T | |
| peta | 10^{15} | P | |
| eksa | 10^{18} | E | |

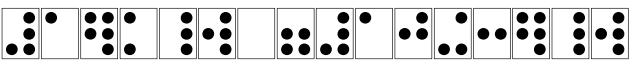
Przykłady

1GW = 10⁹W 


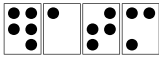





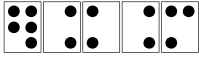
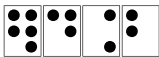


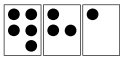
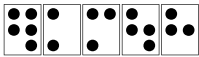


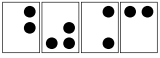

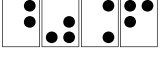
1kWh = 3 600 000Ws 

1nm = 10⁻⁹m 

1μm = 10⁻⁶m 

1kΩ = 10³Ω 

Często używane jednostki spoza układu SI

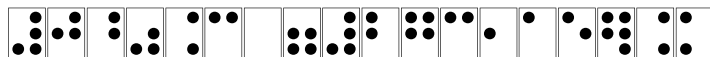
| Wielkość | Nazwa jednostki | Symbol | Zapis brajlowski |
|-------------------|----------------------|------------|---|
| ciśnienie | bar | b |  |
| | atmosfera fizyczna | atm |  |
| czas | godzina | h |  |
| | minuta | min |  |
| długość | angsztre | Å |  |
| | mila morska | NM |  |
| masa | gram | g |  |
| moc | koń mechaniczny | KM |  |
| natężenie dźwięku | decybel | dB |  |
| objętość | litr | l |  |
| pole powierzchni | ar | a |  |
| | hektar | ha |  |
| prędkość | kilometr na godz. | km/h |  |
| | mila morska na godz. | w. (węzeł) |  |
| temperatura | stopień Celsjusza | °C |  lub  |
| | stopień Fahrenheita | °F |  lub  |

Przykłady:

$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 0,001 \text{ m}^3$



$0^\circ\text{C} = 273,15\text{K}$



$0^\circ\text{C} = 32^\circ\text{F}$



$100^\circ\text{C} = 32^\circ\text{F}$



$\frac{3}{4}^\circ\text{C} = 0,75^\circ\text{C}$

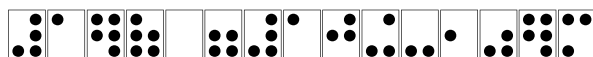


$2\frac{2}{5}^\circ\text{C}$

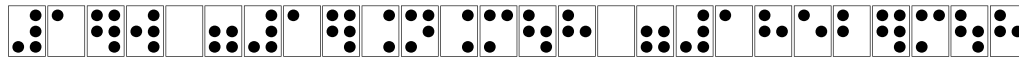


W zapisach zastosowano drugie oznaczenie °C, aby uniknąć niejednoznaczności.

$1\text{Å} = 10^{-10}\text{m}$



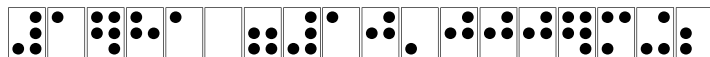
$1\text{w.} = 1\text{NM/h} = 1852\text{m/h}$



$1\text{dB} = 10\text{B}$

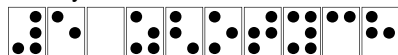


$1\text{ha} = 10\,000\text{m}^2$



4. Znak miana nie używa się przy nazwach i skrótach walut. Nazwę waluty lub jej skrót należy od liczby oddzielić przerwą.

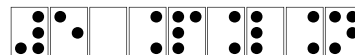
5 złotych



5 zł



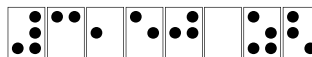
5 PLN



3zł 50gr



3,50 zł

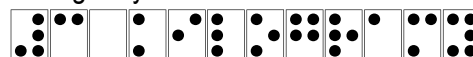


5. Znakiem miana nie są poprzedzane również jednostki pisane w pełnym brzmieniu.

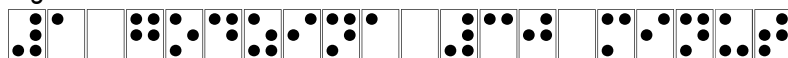
cztery sekundy



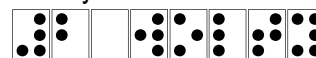
3 kilogramy



1 godzina 30 minut



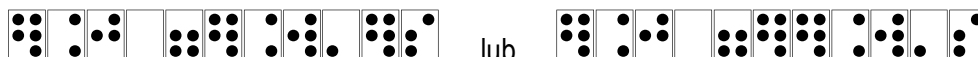
2 wolty



Jednostki główne – przykłady

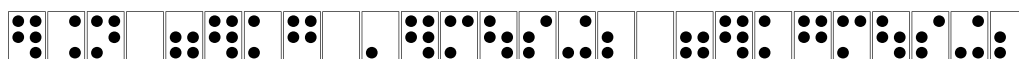
praca


$J = W \cdot s$



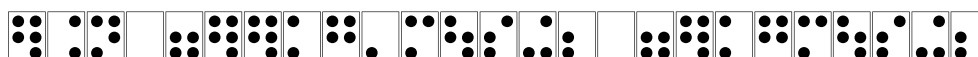
siła

$$N = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}$$




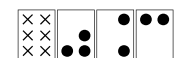

Podwójny znak miana  można stosować w wyrażeniach, w których występują działania na jednostkach.

lub

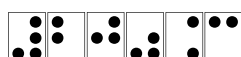


Jednostki temperatury

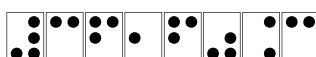
Jednostką podstawową temperatury w układzie SI jest *kelwin* [K] – . Bardzo często używa się jednak tradycyjnej jednostki *stopień Celsjusza* [°C].

°C  lub  stopień Celsjusza

20°C



36,6°C



$2\frac{2}{5}^\circ\text{C}$



Jednostki we wzorach i wyrażeniach fizycznych

Przykład

Oblicz jaką pojemność ma kondensator płaski, którego okładki mają postać kwadratu o boku $a = 10 \text{ cm}$, jeżeli odległość pomiędzy nimi $d = 0,2 \text{ mm}$.

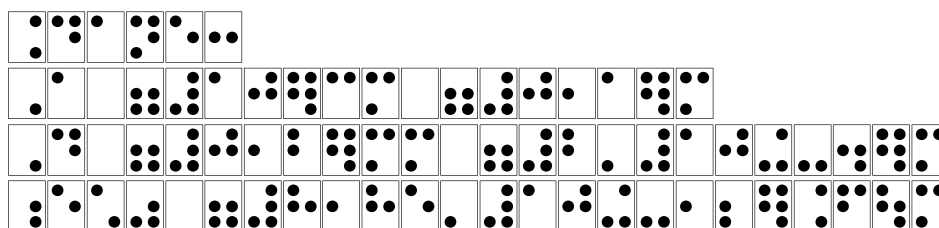
Dane:

$$a = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

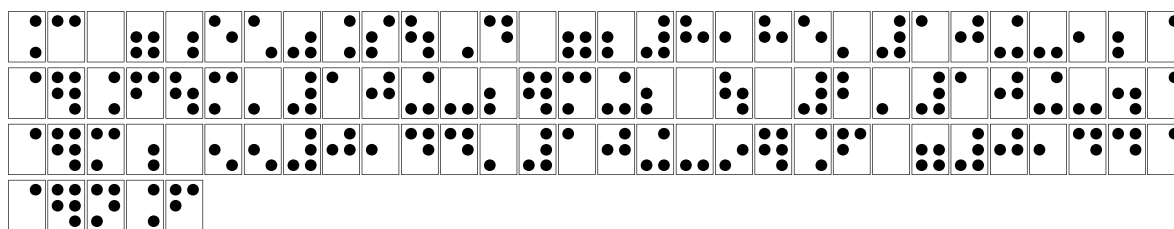
$$d = 0,2 \text{ mm} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$$

Transkrypcja brajlowska wypisanych danych i ciąg dalszy rozwiązania będą następujące:



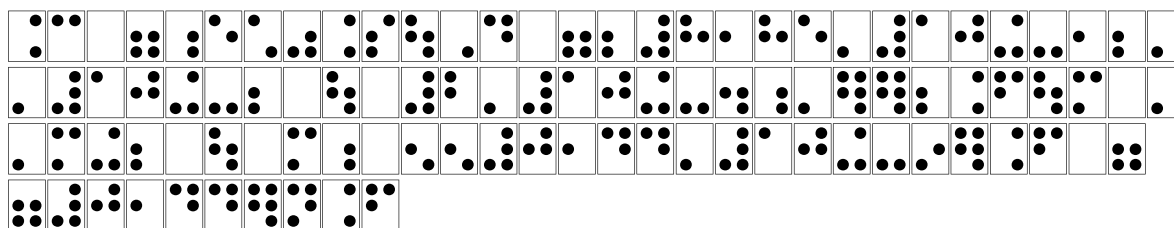
$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} \cdot 10^{-2} \text{m}^2}{2 \cdot 10^{-4} \text{m}} \approx 0,44 \cdot 10^{-9} \text{F} = 0,44 \text{nF}$$



Trzy kolejne wiersze w powyższym zapisie brajlowskim zostały złamane w miejscu nie będącym znakiem działania, ani pustym znakiem. Dlatego na końcu wiersza stawiamy znak \square i powtarzamy ten znak na początku następnego wiersza.⁶⁵

W zapisie brajlowskim można rozdzielić działania na liczbach od działań na jednostkach. Zapis taki wydaje się być czytelniejszy dla niewidomych.

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-4}} \cdot \frac{\text{F} \cdot \text{m}^2}{\text{m}} \approx 0,44 \cdot 10^{-9} \text{F} = 0,44 \text{nF}$$





⁶⁵ Rozdział Poradnika – Przenoszenie części wyrażen matematycznych do następnego wiersza.

BRAJLOWSKA NOTACJA CHEMICZNA – UWAGI

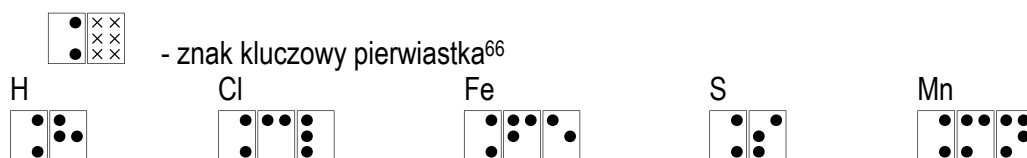
Brajłowska notacja chemiczna nawiązuje do notacji matematycznej. Symbole i wzory chemiczne, a także zapisy reakcji w swej istocie wyrażają jednak zupełnie inne treści od wyrażenia matematycznych. Dwuliterowe symbole pierwiastków stanowią całość i na pewno nie można ich traktować jako wyrażenia matematyczne. Zapis reakcji chemicznych jest odwzorowaniem procesów, które trudno porównywać z przekształceniami zależności matematycznych. W związku z tym w zapisach chemicznych można mówić jedynie o pewnym podobieństwie z zapisem matematycznym. Stosowane w notacji chemicznej znaki kluczowe oraz obowiązujące reguły zapisu są w kolejnych rozdziałach Poradnika precyzyjnie określone i zdefiniowane.

PODSTAWOWE SYMBOLE I ZNAKI STOSOWANE W CHEMII

W przedstawionej notacji zastosowano znak  na oznaczenie kontynuacji zapisu bez pustego znaku oraz pusty znak .

Symbole pierwiastków


Symbol pierwiastka poprzedzony jest *znakiem kluczowym pierwiastka*:



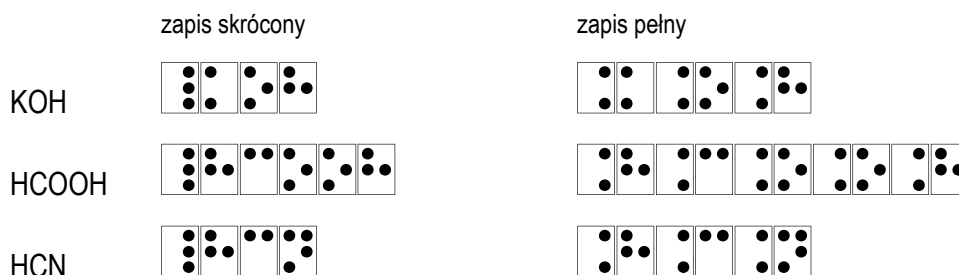
Wzory cząsteczek

We wzorach cząsteczek symbol każdego pierwiastka poprzedzony jest *znakiem kluczowym pierwiastka*.



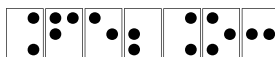
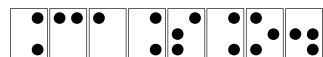
Jeżeli wszystkie symbole pierwiastków w cząsteczce związku chemicznego są jednoliterowe, wzór cząsteczki można zapisać w sposób skrócony z pominięciem znaków kluczowych pierwiastków. Wzór cząsteczki należy jednak poprzedzić znakiem kluczowym ⁶⁷.

 - znak kluczowy cząsteczki o jednoliterowych symbolach pierwiastków składowych

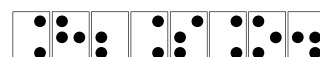
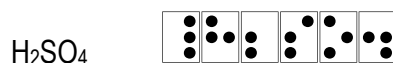
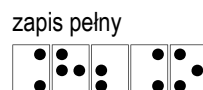
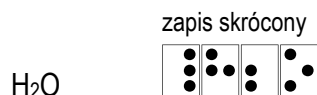


Indeksy stechiometryczne

Indeksy stechiometryczne we wzorze cząsteczki pisze się bezpośrednio po symbolach pierwiastków w zapisie obniżonym (znaki piątej serii).

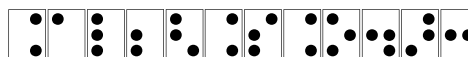
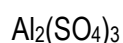
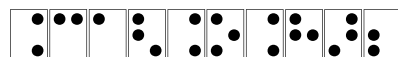
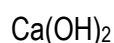
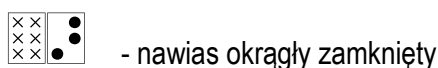
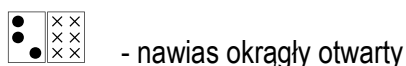


Jeżeli we wzorze cząsteczki występują wyłącznie pierwiastki o jednoliterowych symbolach można stosować zapis skrócony:



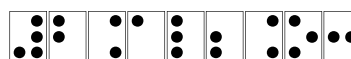
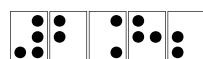
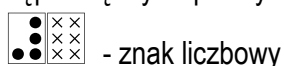
Nawiasy okrągłe


Nawiasy okrągłe we wzorach cząsteczek stosujemy jak w zapisach matematycznych.⁶⁸

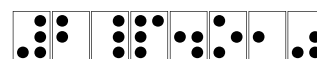
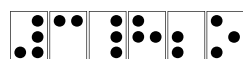


Współczynniki stechiometryczne

Współczynniki stechiometryczne w równaniach reakcji chemicznych zapisujemy ze *znakiem liczby*⁶⁹ bez odstępu między współczynnikiem, a wzorem lub symbolem.



Można zastosować znak  przed wzorem.





⁶⁸ Rozdział Poradnika – Nawiasy.

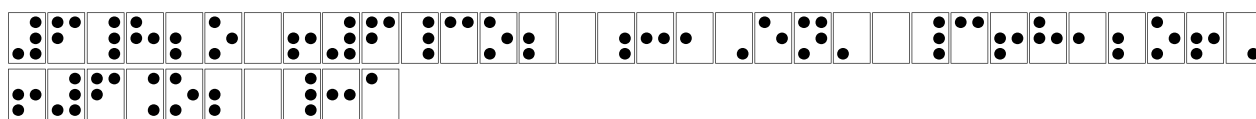
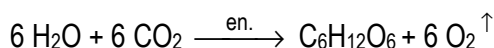
⁶⁹ Rozdział Poradnika – Liczby.


Symbole strzałek w zapisach chemicznych

| | | |
|---------|--|--|
| ← | | - reakcja przebiegająca w lewo |
| → | | - reakcja przebiegająca w prawo |
| ↔ | | - reakcja odwracalna |
| ↑ | | - ulatnianie się gazu |
| ↓ | | - strącanie się osadu |
| wyr. → | | - strzałka w prawo pisana pod wyrażeniem ⁷⁰ |
| ← wyr. | | - strzałka w lewo pisana pod wyrażeniem |
| ←→ wyr. | | - strzałka w prawo i w lewo pisana pod wyrażeniem |

Reakcja katalizowana

W zapisie reakcji przebiegającej z udziałem katalizatora lub wymagającej określenia warunków przebiegu reakcji wykorzystuje się „długą strzałkę pisaną pod wyrażeniem”. Wyrażenie poprzedza się znakiem , a kończy znakiem . Po zapisaniu wyrażenia obowiązuje pusty znak.



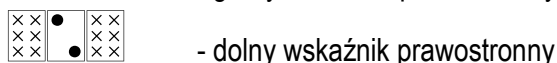
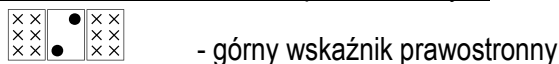
Przy przenoszeniu części zapisu do następnego wiersza w powyższym przykładzie zastosowano  zgodnie z zasadami przenoszenia wyrażeń matematycznych.

Zagadnienie przenoszenia części wyrażeń do następnego wiersza omówiono szczegółowo w rozdziale Poradnika – *Przenoszenie części wyrażeń matematycznych do następnego wiersza*.

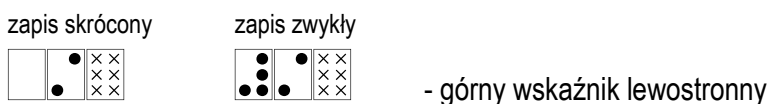
Wskaźniki ⁷¹

W zapisach chemicznych (konfiguracja elektronowa, wartościowość, jony) stosuje się wskaźniki lewo- i prawostronne, zarówno górne, jak i dolne. Wskaźniki te mają w zapisie brajlowskim swoje znaki kluczowe.

Znaki kluczowe wskaźników prawostronnych



Znaki kluczowe wskaźników lewostronnych



W zapisach na ogół wystarcza zapis skrócony. Zwykły zapis wskaźników lewostronnych należy stosować w przypadkach konieczności uniknięcia niejednoznaczności.

⁷⁰ Symbol strzałki używany także we wzorach fizycznych; rozdział Poradnika – *Symbole strzałek w zapisach fizycznych*.

⁷¹ Rozdział Poradnika – *Potęgi i wskaźniki*.

Jony

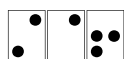
Ładunki jonów podaje się po znaku wskaźnika górnego prawostronnego.



- jon ujemny



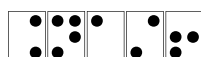
- jon dodatni (zapis skrócony)



- jon dodatni (zapis pełny)

Zapis pełny jonu dodatniego należy stosować w oznaczeniach, w których mogłaby wystąpić niejednoznaczność odczytu.

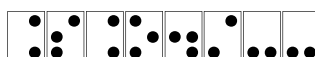
Na⁺



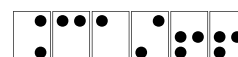
Cl⁻



SO₄²⁻

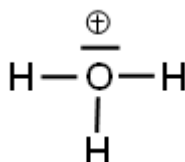
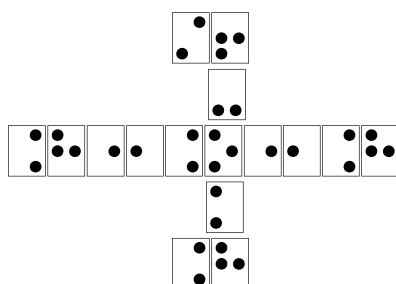


Ca⁺⁺



Jon hydroniowy

H₃O⁺

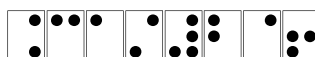


Jony dwu-, trój- i więcej dodatnie oraz dwu-, trój- i więcej ujemne można również zapisać podając liczbę ładunków bezpośrednio po znaku wskaźnika górnego prawostronnego.

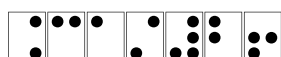
SO₄²⁻



Ca²⁺



W zapisie jonu Ca²⁺ zastosowano pełny zapis jonu. W przypadku pomyłkowego zastosowania zapisu skróconego wzór

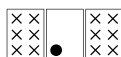


zostałby odczytany jako: Ca^{2 72}.

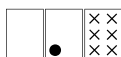
Hydraty

W cząsteczkach uwodnionych wstawia się *znak mnożenia* między wzory cząsteczek bezwodnych i wody.

kropka bez odstępu

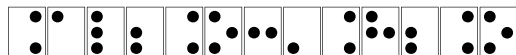


kropka z odstępem

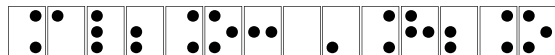


- znak mnożenia⁷³

Al₂O₃ · H₂O



lub

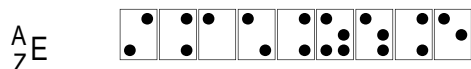


⁷² Rozdział Poradnika – *Ułamki zwykłe*.

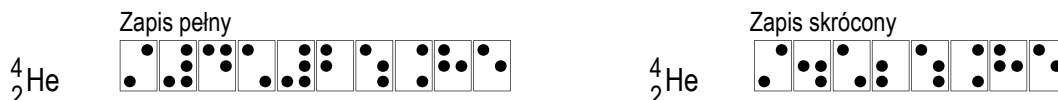
⁷³ Rozdział Poradnika – *Znaki działań*.

Budowa atomu

W układzie okresowym każdy pierwiastek opisany jest liczbą atomową Z (liczba protonów) i liczbą masową A, umieszczonymi przed symbolem pierwiastka jako wskaźniki lewostronne: A – jako wskaźnik górny, Z – jako wskaźnik dolny ⁷⁴.



Wskaźniki można zapisać w sposób pełny lub skrócony. W zapisie pełnym liczby pisze się z użyciem znaku liczbowego, w zapisie skróconym – znak liczbowy pomija się, a liczbę pisze na obniżonym poziomie (znaki piątej serii alfabetu Braille'a).



Przed symbolem pierwiastka należy umieścić znak zakończenia projektora

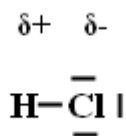
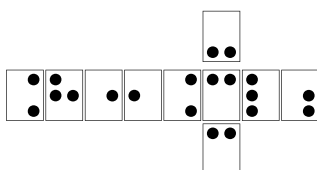
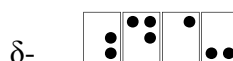
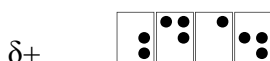
Elektroujemność pierwiastków

Różnicę elektroujemności łączących się atomów należy zapisać zgodnie z greckim oznaczeniem delty podając w indeksie dolnym prawostronnym wzór związku, którego dotyczy.

$$\Delta E_{\text{NaCl}} = 3,0 - 0,9$$







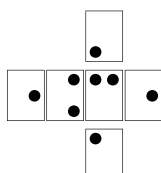
Cząstkowe ładunki dodatnie i ujemne należy zapisać symbolem małej greckiej litery delta ze znakiem + lub – ($\delta+$ lub $\delta-$). Między literą i plusem lub minusem należy umieścić znak separatora



⁷⁴ Rozdział Poradnika – Wskaźniki lewostronne.

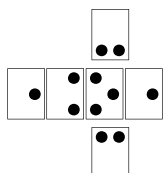
Rozmieszczenie elektronów walencyjnych przy atomie

-  - z lewej strony symbolu
-  - z prawej strony symbolu
-  - z góry symbolu
-  - z dołu symbolu

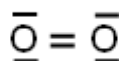
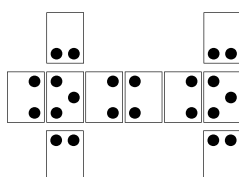


Pary elektronowe niewiążące

-  - z lewej strony
-  - z prawej
-  - z góry
-  - z dołu



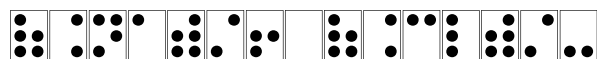
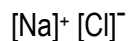
Rozmieszczenie par elektronów wiążących



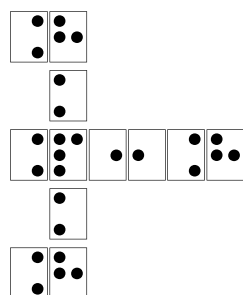
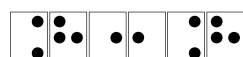
Wiązania chemiczne

Wiązanie jonowe

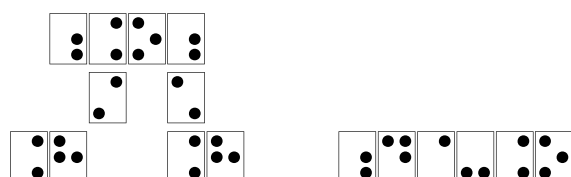
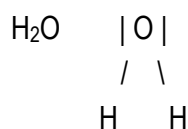
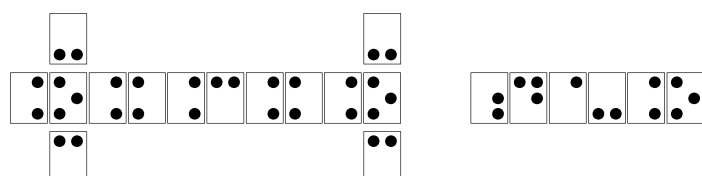
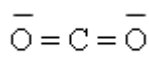
Każdy jon tworzący wiązanie zapisujemy w nawiasie kwadratowym ze znakiem jonu i jego wartością poza nawiasem.



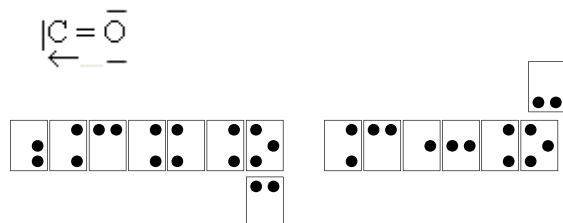
Wiązanie kowalencyjne – zapis analogiczny jak w rozmieszczeniu par elektronów wiązających.



W przypadku **wiązania kowalencyjnego spolaryzowanego** po wzorze cząsteczki podaje się symbol pierwiastka bardziej elektroujemnego poprzedzony znakiem δ^- .

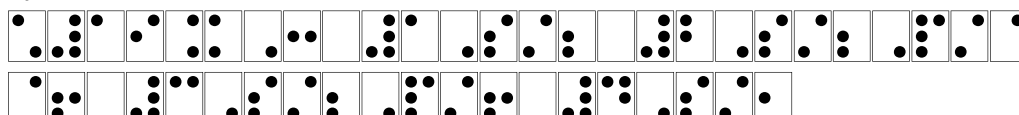
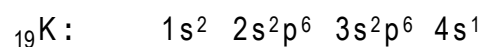
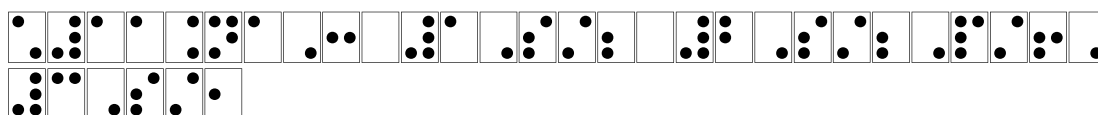
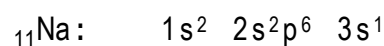


Wiązanie koordynacyjne – We wzorze cząsteczki pisze się wszystkie wiązania kowalencyjne. Następnie po pustym znaku podaje się symbole pierwiastków tworzących wiązanie koordynacyjne (donorowo-akceptorowe). Między symbolami pierwiastków umieszcza się strzałkę ze zwrotem w kierunku akceptora.



Konfiguracja elektronowa

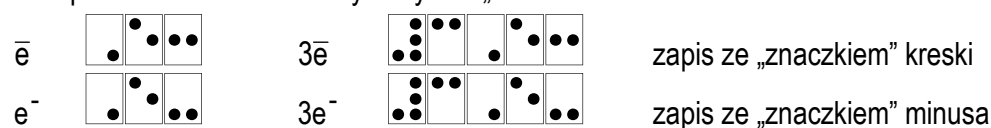
Liczbę protonów charakterystyczną dla danego pierwiastka zapisuje się jako wskaźnik dolny lewostronny przed symbolem pierwiastka. Ilości elektronów na poszczególnych orbitalach podaje się jako wskaźniki górne prawostronne po literze określającej orbital. Po symbolu pierwiastka, przed dwukropkiem należy wstawić znak separatora \square . Przy braku separatora zapis można odczytać jako $_{11}\text{Na}_3$.



Jeżeli wyrażenie matematyczne zostało przerwane w miejscu, gdzie nie ma pustej kratki, wtedy jako znaku przenoszenia używa się znaku \square . Znak ten należy powtórzyć na początku następczej linijki.

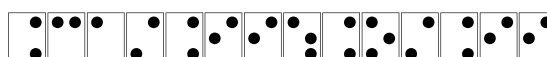
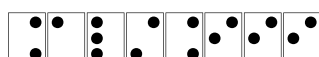
Zapis elektronu

W zapisie elektronu można wykorzystać „znaczek” kreski lub minusa⁷⁵.



Wartościowość

- W zapisie wartościowości cyfry rzymskie zapisuje się zgodnie z notacją matematyczną.⁷⁶
- Wartościowość podaje się po symbolu pierwiastka jako wskaźnik górny prawostronny.
- We wzorze cząsteczki symbole kolejnych pierwiastków poprzedza się znakiem zakończenia projekcji



⁷⁵ Rozdział Poradnika – *Tak zwane „znaczkę”*.

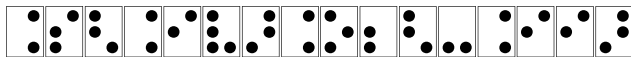
⁷⁶ Rozdział Poradnika – *Rzymski zapis liczb*.

Stopnie utlenienia pierwiastków

W zapisach stopni utlenienia pierwiastków stosuje się cyfry rzymskie podając je po symbolu pierwiastka w nawiasach okrągłych. Ujemne stopnie utlenienia podaje się, dodając przed liczbą rzymską znak minus. Jeżeli we wzorze cząsteczki występuje współczynnik stechiometryczny, stopień utlenienia zapisuje się po współczynniku.

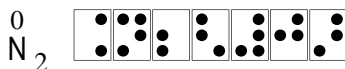
Zapis cyframi rzymskimi

IV -II
S O₂

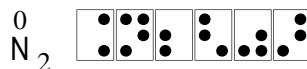


W przypadku pierwiastków w stanie wolnym ich stopień utlenienia należy zapisać jako zero arabskie.

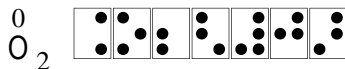
Zapis pełny



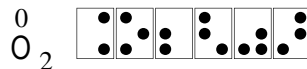
Zapis skrócony



Zapis pełny



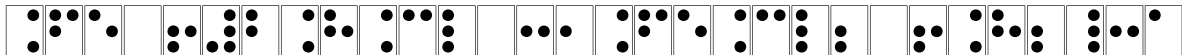
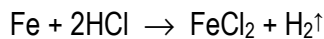
Zapis skrócony



REAKCJE CHEMICZNE

Powstawanie soli

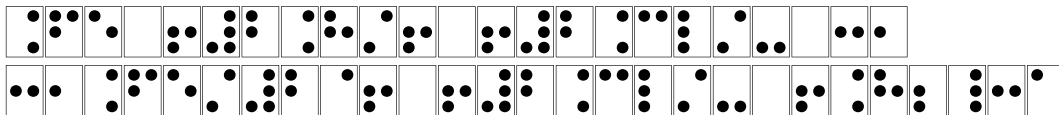
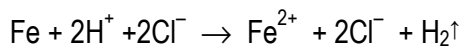
Zapis cząsteczkowy



Zapis jonowy

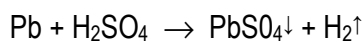
Ładunek jonu zapisuje się po znaku wskaźnika górnego prawostronnego.

W przypadku jonów 2-, 3- i więcej dodatnich znak należy poprzedzić separatorem .

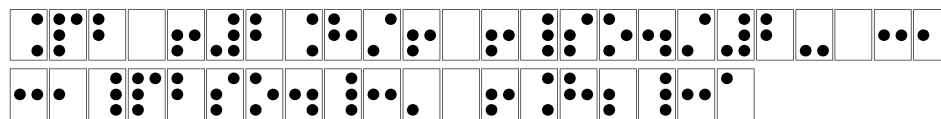
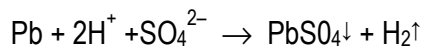


Powstawanie soli nierozpuszczalnej

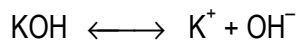
Zapis cząsteczkowy



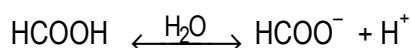
Zapis jonowy



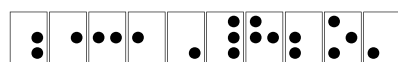
Reakcja odwracalna



Reakcja dysocjacji



W zapisie reakcji zastosowano znak długiej strzałki w prawo i w lewo pisanej pod wyrażeniem ⁷⁷.

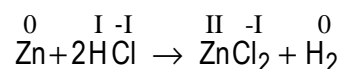


- długa strzałka w prawo i w lewo pisana pod wyrażeniem.

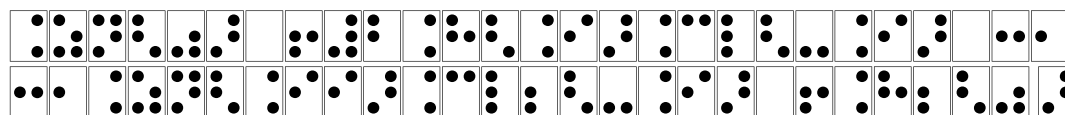
Reakcje utleniania i redukcji

Stopnie utlenienia w reakcjach red.– ox. zapisywane są wyłącznie cyframi rzymskimi po symbolu pierwiastka w nawiasach okrągłych.

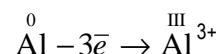
Zapis rzymski



Stopnie utlenienia w poniższych przykładach podano w zapisie skróconym.

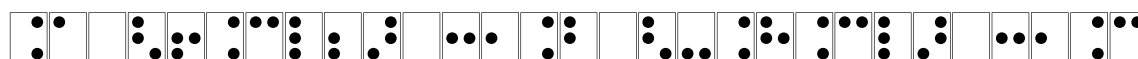
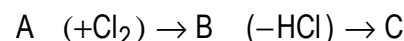


Bilans elektronowy w reakcjach utleniania i redukcji



Schemat ciągu reakcji

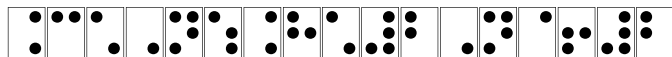
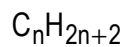
W zadaniach chemicznych często stosuje się ciąg reakcji do rozszyfrowania przez ucznia. Znak „+” oznacza związek dodany do reakcji, znak „-” oznacza związek eliminowany z reakcji.




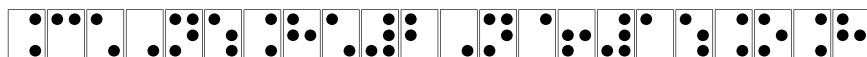
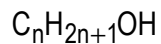
⁷⁷ Rozdział Poradnika – Symbole strzałek w zapisach chemicznych.

WZORY OGÓLNE

W chemii organicznej stosuje się wzory ogólne dla grup związków, np. węglowodorów, alkoholi.

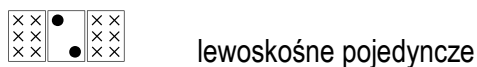
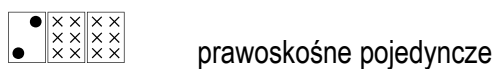
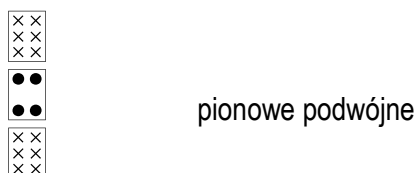
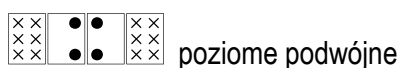
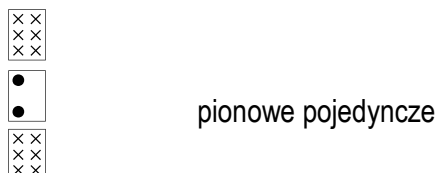
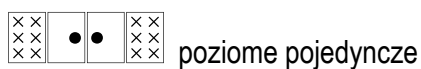


Znak  jest znakiem wypełniającym.



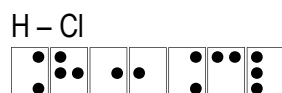
WZORY PÓLSTRUKTURALNE I STRUKTURALNE

Wiązania między atomami

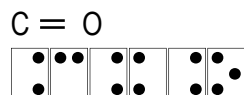
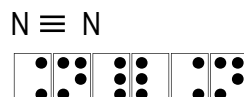
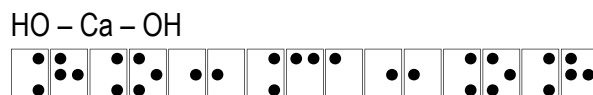


Wzory strukturalne związków nieorganicznych

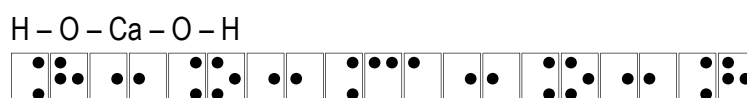
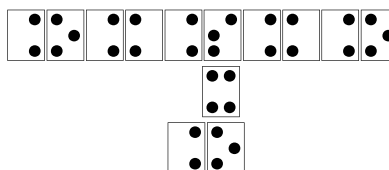
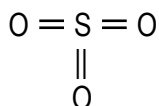
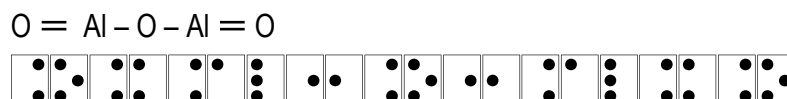
HCl



CO

N₂Ca(OH)₂

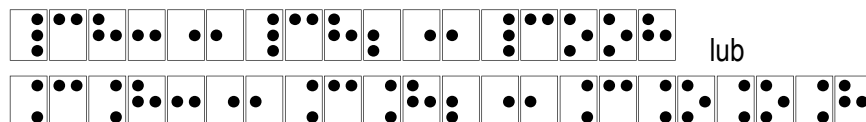
lub

Al₂O₃

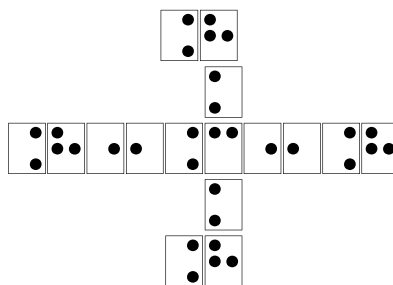
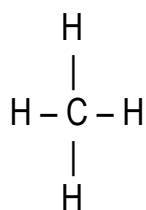
Wzory strukturalne i półstrukturalne związków organicznych.

Wzory węglowodorów zapisujemy sumarycznie i półstrukturalnie.

Przy długich łańcuchach węglowodorowych można skrócić zapis przez umieszczenie grupy CH₂ w nawiasie okrągłym i po nawiasie w indeksie dolnym należy napisać cyfrę określającą ilość tych grup. Jeżeli jest to związek izomeryczny to podstawnik należy umieścić w nawiasie okrągłym, bez znaku wiązania przy atomie węgla, do którego jest przyłączony. Proponowany zapis brajlowski umożliwia zapis dwóch podstawników przy tym samym atomie węgla lub zapis podstawnika posiadającego dodatkowy podstawnik.

C₂H₅COOH kwas propanowyCH₃ - CH₂ - COOH**C₁₀H₂₂** n-dekanCH₃ - (CH₂)₈ - CH₃

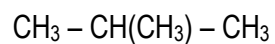
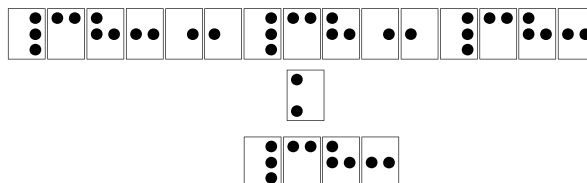
CH_4 metan:



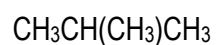
2-metylopropan (izobutan):



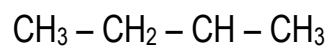
|



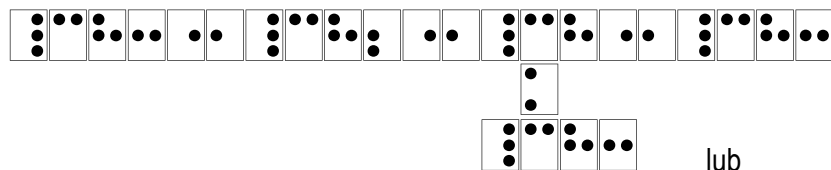
lub



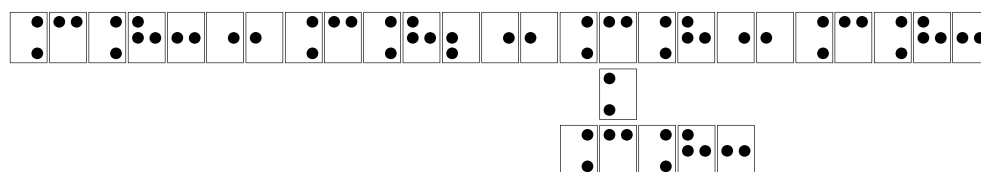
C_5H_{12} 2-metylobutan:



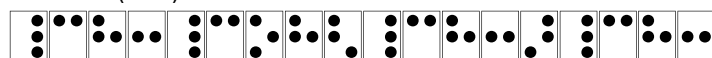
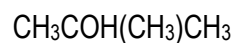
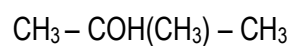
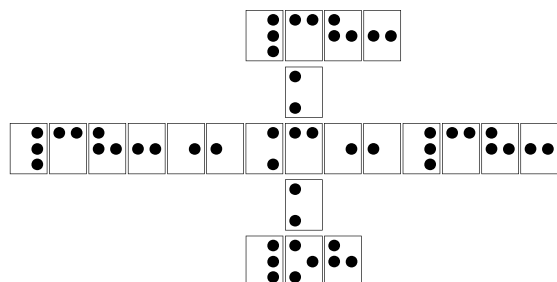
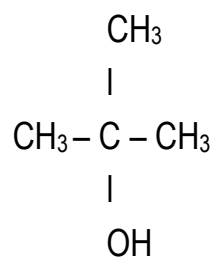
|



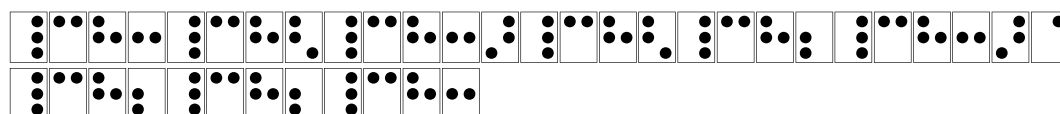
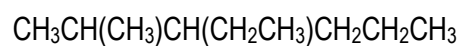
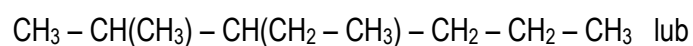
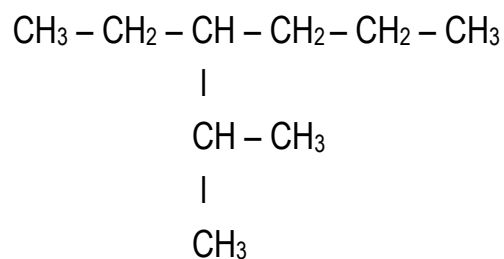
lub



2-metylo-propan-2-ol:



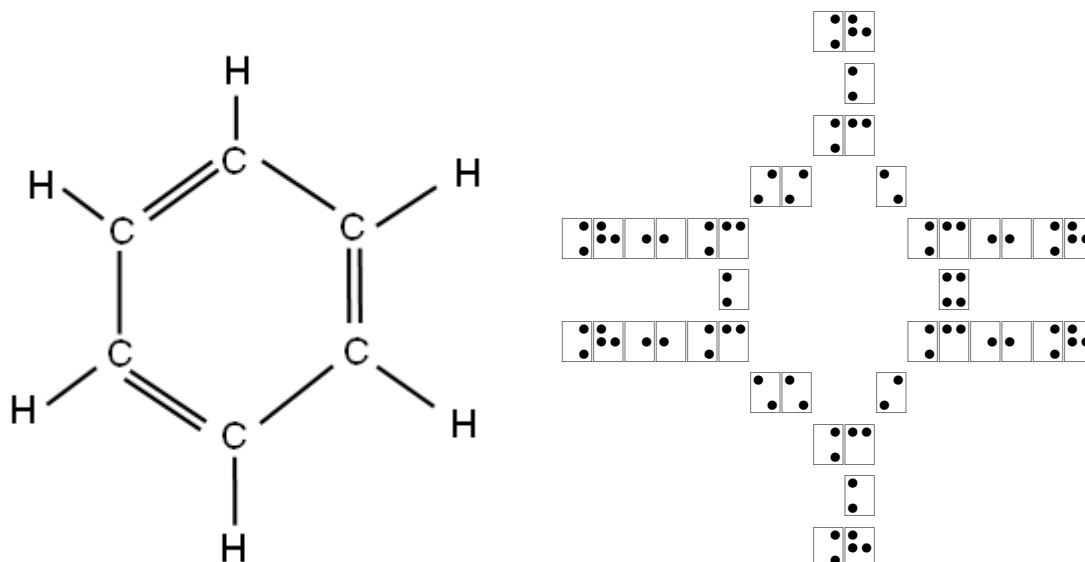
3-etylo-2-metyloheksan



Związki pierścieniowe

We wzorach strukturalnych związków o budowie pierścieniowej stosuje się wiązania poziome, pionowe oraz prawo- i lewoskośne.

Benzen – wzory strukturalne



W brajlowskim zapisie związków pierścieniowych stosuje się trzy poziomy informacji:

1. Związek pierścieniowy i ilość atomów tworzących pierścień.
2. Lokalizacja i rodzaj podstawników.
3. Położenie wiązań podwójnych.

Wykorzystuje się do tego następujące znaki:



związek o budowie pierścieniowej (jednopierścieniowy lub zbudowany z kilku pierścieni połączonych wiązaniami)



związek wielopierścieniowy (pierścienie są połączone wspólnymi atomami węgla)



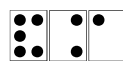
w połączeniu z cyfrą informuje o ilości atomów tworzących pierścień



znak zamknięcia fragmentu informacji



złożony znak zamknięcia całości wzoru



związek aromatyczny



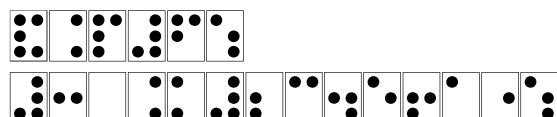
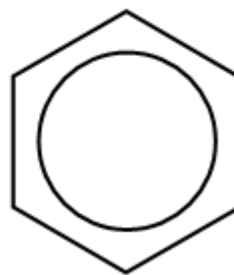
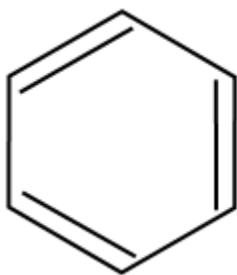
drugi poziom informacji



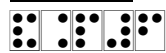
trzeci poziom informacji

Benzen – jedna z form wzoru Kekulego

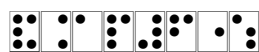
wzór uproszczony



Poziom 1: informuje o pierścieniowej budowie związku.




oznacza, że jest to związek pierścieniowy o sześcioczłonowym pierścieniu.

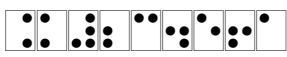


oznacza, że jest to związek aromatyczny sześcioczłonowy.

Poziom 2: nie został zastosowany, ponieważ nie ma podstawników.

Poziom 3: informuje o położeniu wiązań podwójnych w łańcuchu.

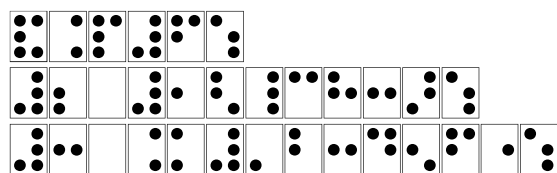
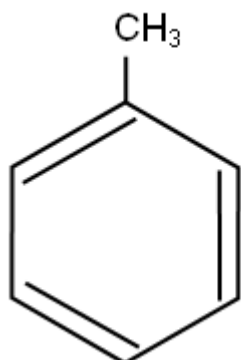
Zapis rozpoczyna numer poziomu informacji , następnie po pustym znaku należy umieścić znak wiązania podwójnego i dalej bez pustego znaku, po znaku liczbowym, zapisać numery atomów węgla między którymi jest wiązanie podwójne (pierwsza cyfra obniżona, druga bez obniżenia i następnie według tej samej zasady)

np.  oznacza, że wiązania podwójne są kolejno między atomami węgla nr 2 i 3, 4 i 5 oraz 6 i 1.

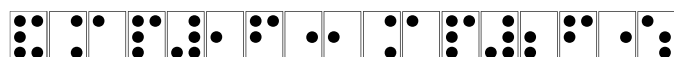
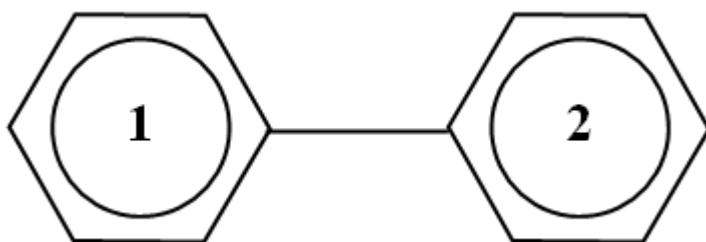
1 i 2 poziom informacji kończy znak zamknięcia .

Całość wzoru kończy złożony znak zamknięcia .

Toluen



Difenyl - dwa pierścienie są połączone wiązaniem i nie mają wspólnego boku, więc wzór w brajlu rozpoczyna znak $\begin{smallmatrix} \bullet \\ \bullet \\ \bullet \end{smallmatrix}$.



Związki wielopierścieniowe

W brajlu w związkach wielopierścieniowych numeruje się każdy pierścień. W każdym pierścieniu atomy węgla numeruje się zgodnie z ruchem wskazówek zegara począwszy od szczytowego atomu węgla.

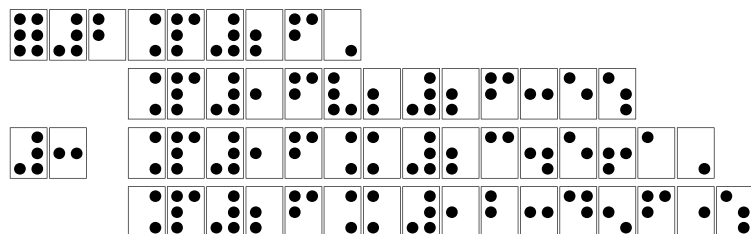
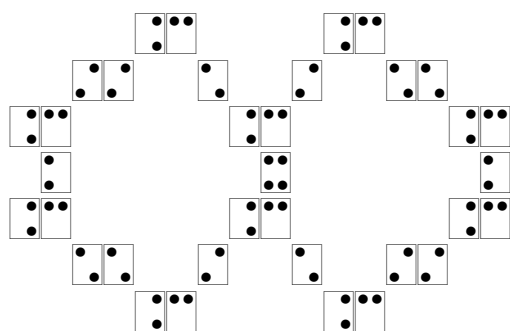
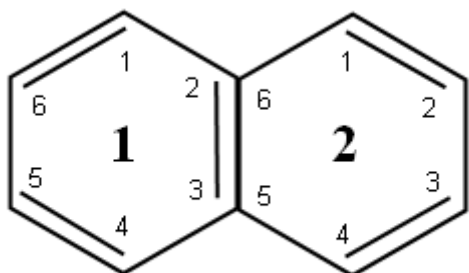
Zapis rozpoczyna znak $\begin{smallmatrix} \bullet \\ \bullet \\ \bullet \end{smallmatrix}$, po znaku liczbowym podaje się numer opisywanego pierścienia

w zapisie obniżonym, bez pustego znaku. Następnie między znakami $\begin{smallmatrix} \bullet \\ \bullet \end{smallmatrix}$ $\begin{smallmatrix} \bullet \\ \bullet \end{smallmatrix}$ podaje się w obniżeniu numer sąsiadującego pierścienia. Dalej podaje się numery par atomów węgla, wymienione zgodnie z ruchem wskazówek zegara, w zapisie jak przy wiązaniach (pierwszy wynikający z numeracji w opisywanym pierścieniu – w zapisie obniżonym, drugi wynikający z numeracji w sąsiadującym pierścieniu – w zapisie górnym).

Dla większej przejrzystości opis kolejnych pierścieni rozpoczyna się od nowego wiersza.

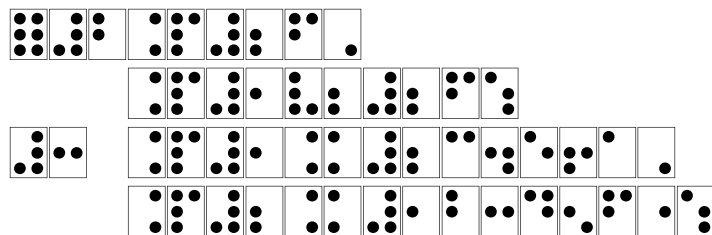
Jeżeli z pierścieniem związany jest podstawnik podaje się numer pierścienia i następnie numer atomu węgla, z którym ten podstawnik jest związany.

Naftalen – związek dwupierścieniowy – zapis pełny.

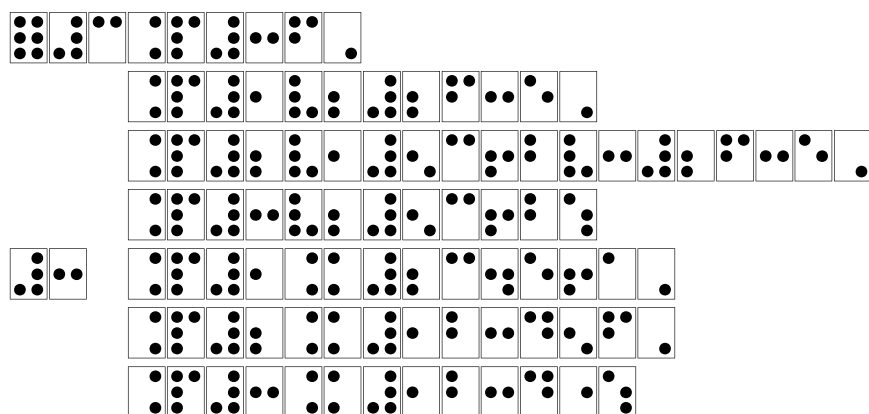
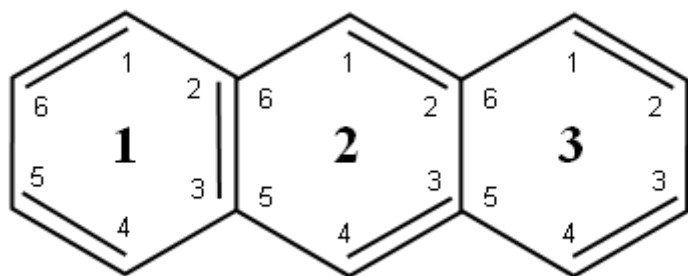


Naftalen – zapis skrócony.

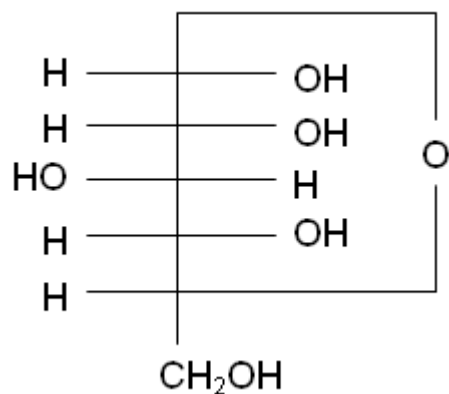
Dla określenia wspólnego boku podaje się tylko numer atomu węgla rozpoczynającego wspólny bok. Następnie podaje się pierwszą wspólną parę atomów węgla w analogicznym jak poprzednio zapisie (górze, dół). Przy opisie pierścieni pomija się zapis liczby członów pierścienia.



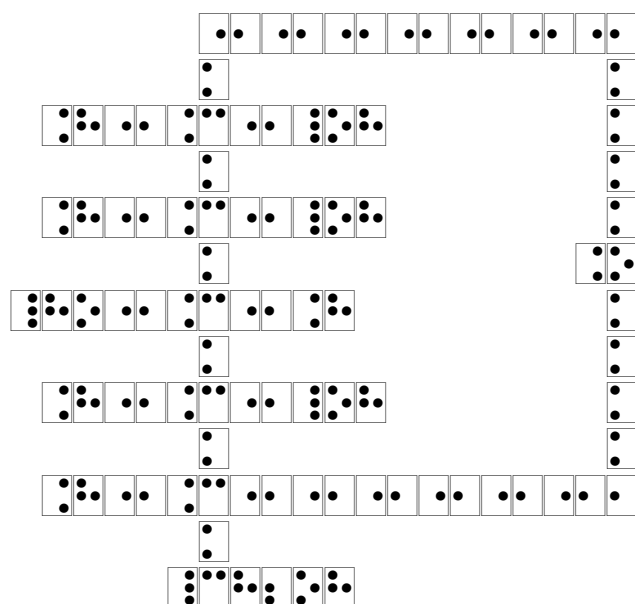
Antracen – związek trójpierścieniowy – zapis pełny.



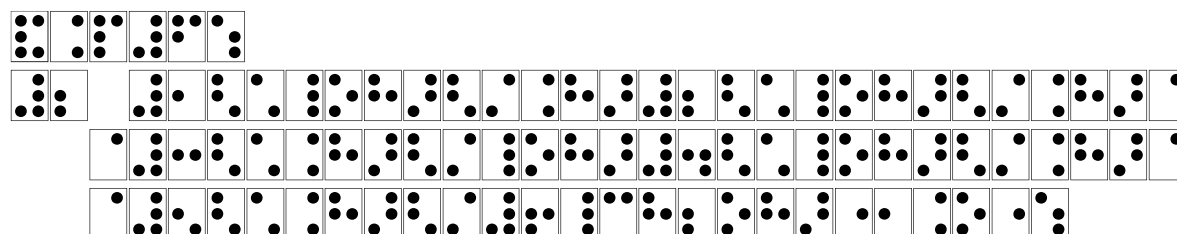
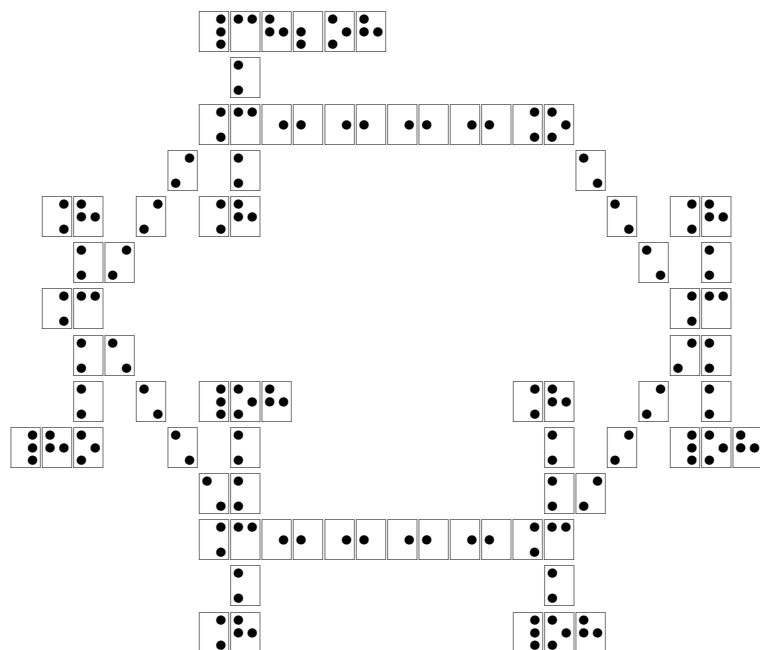
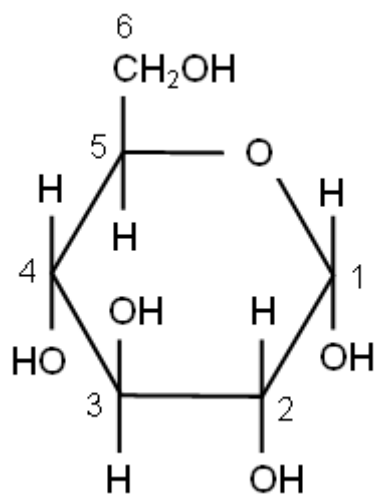
Glukoza: α -D-glukopiranoza – forma pierścieniowa – zapis w konwencji Fischera.



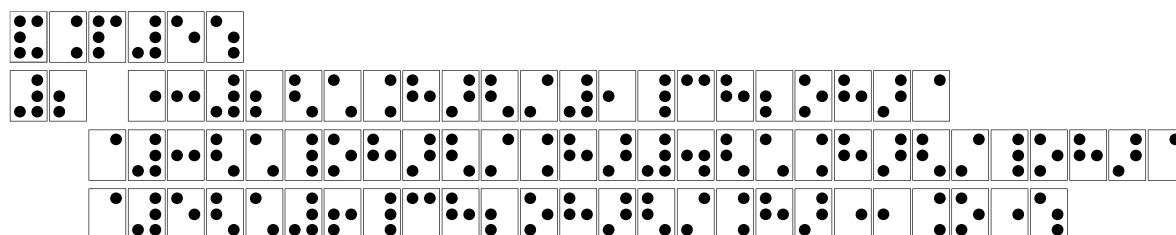
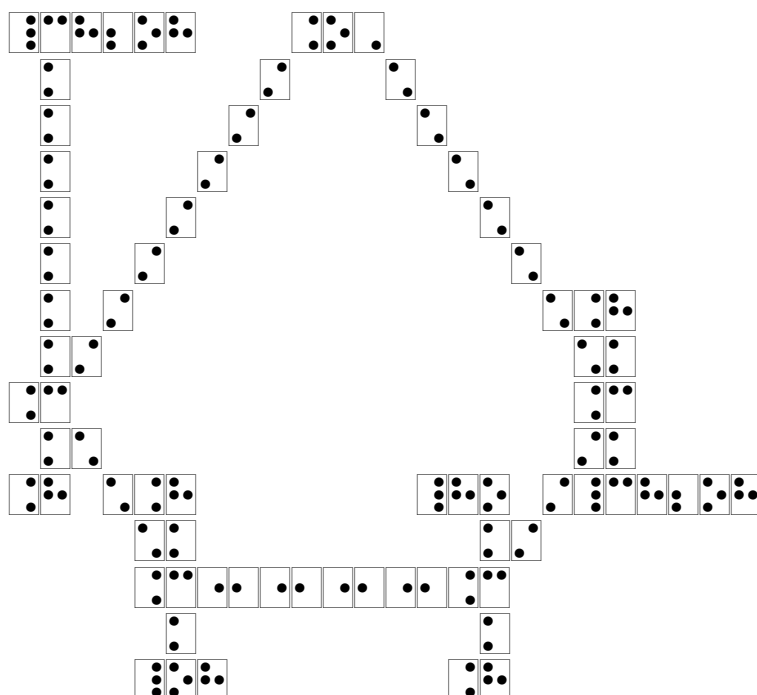
Aby zamknąć pierścień cząsteczki monosacharydu w brajlu stosuje się rząd punktów.




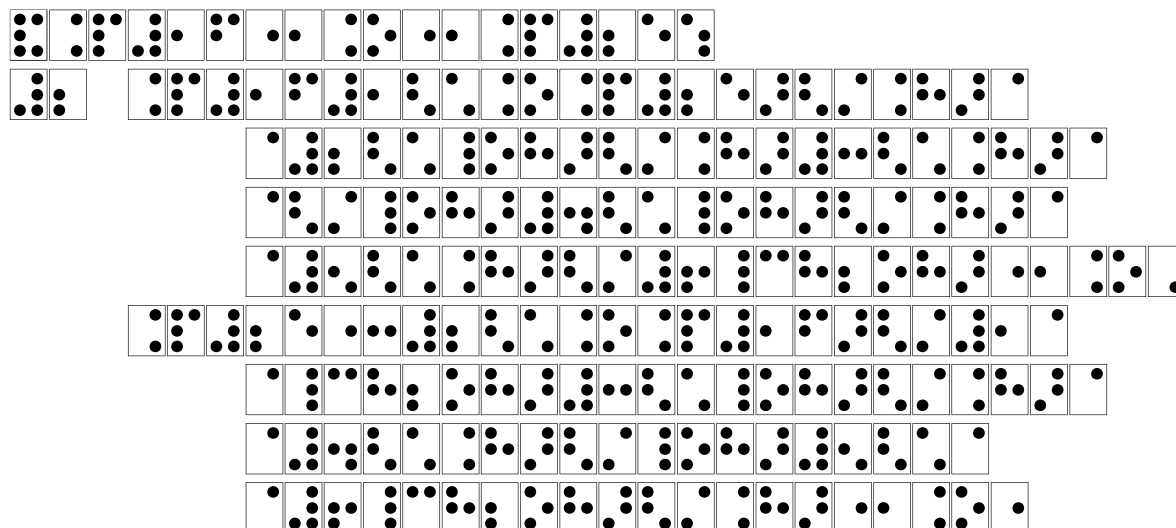
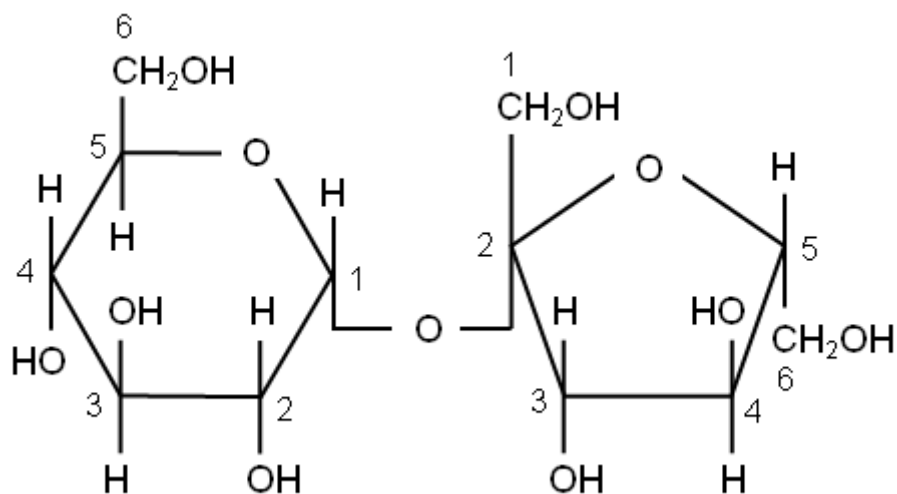
Glukoza: α -D-glukopiranoza – forma pierścieniowa – zapis w konwencji Hawortha.



Fruktoza - α -D-fruktofurananoza – atomy węgla są numerowane przeciwnie do ruchu wskazówek zegara (w lewą stronę). W brajlu informuje o tym znak $\begin{array}{|c|c|} \hline \bullet & \bullet \\ \hline \end{array}$, rozumiany jako strzałka pomocnicza.



Sacharoza – w pierścieniu fruktozy atomy węgla są numerowane przeciwnie do ruchu wskazówek zegara (w lewą stronę). Informuje o tym znak  rozumiany jako strzałka pomocnicza.



LITERATURA

1. Dr Helmut Epheser *Międzynarodowa Brajlowska Notacja Matematyczna*, w tłumaczeniu i opracowaniu Marii i Andrzeja Adamczyków, Zarząd Główny Polskiego Związku Niewidomych, Warszawa 1967.
2. Włodzimierz Dolański *Alfabet Braille'a, jego poprzednicy i krewniacy*, Logopedia, zagadnienia kultury żywego słowa, PTL, Wydawnictwo Lubelskie 1971.
3. *A System of Braille Notation on Mathematics, Physics, Astronomy and Chemistry*, materiały z międzynarodowej konferencji poświęconej zapisom brajlowskim, Moskwa 1975.
4. Elżbieta Szwedowska *Symbolika matematyczna dla niewidomych w systemie Braille'a*, Praca magisterska, WSPS, Warszawa 1983.
5. Andrzej Galbarski *Podręcznik dla przepisujących książki systemem Braille'a*, Wydanie pierwsze, Polski Związek Niewidomych, Zakład Nagrań i Wydawnictw, Warszawa 1994.
6. Jan Świerczek *Brajlowska Notacja Matematyczna*, SOSW dla Dzieci Niewidomych i Słabowidzących, Kraków 1998.
7. Tadeusz Rynkowski *Matematyka pisana brajlem*, OSW dla Dzieci Niewidomych, Owińska 2000.
8. J. S. Januszewscy *Brajlowska notacja matematyczna*, OSW dla Dzieci i Młodzieży Słabowidzącej i Niewidomej, Bydgoszcz.
9. Praca zespołowa *Brajlowska notacja matematyczna*, OSW dla Dzieci Niewidomych, Wrocław.
10. Praca zbiorowa pod redakcją Jana Świerczka *Brajlowska notacja matematyczna, fizyczna, chemiczna – Poradnik dla nauczycieli*, Kraków 2002.
11. Helmut Epheser *Internationale Mathematikschrift für Blinde* Marburg (Lahn), 1986 – wersja brajlowska, 1992 – wersja czarnodrukowa.
12. *Das System der Chemischrift in der deutschen Blindenschrift*, Deutsche Blindenstudienanstalt e.V. Marburg (Lahn), 2005.
13. Jan Świerczek, Jolanta Kondyjowska Ogórek, Leszek Ogórek *Brajlowska notacja matematyczna, fizyczna, chemiczna, Stan obecny w Polsce*, Materiały na Ogólnopolską Konferencję Nauczycieli Specjalnych Ośrodków dla Niewidomych w Laskach, 2008.
14. Marek Kalbarczyk, dr Jan Omieciński *I Ty możesz być matematykiem, Notacja matematyczna dla niewidomych*, PORADNIK, Fundacja Unia Pomocy Niepełnosprawnym „Szansa”.
15. Marek Kalbarczyk, dr Jan Omieciński *Brajlowska notacja matematyczna - Jak to zapisać, a jak odczytać?* PORADNIK, Fundacja Unia Pomocy Niepełnosprawnym „Szansa”.

SPIS TREŚCI – ALFABETYCZNIE

| | |
|---|-----|
| Alfabet grecki | 7 |
| Bilans elektronowy w reakcjach utleniania i redukcji | 86 |
| BRAJLOWSKA NOTACJA CHEMICZNA - UWAGI | 77 |
| BRAJLOWSKA NOTACJA FIZYCZNA - UWAGI | 60 |
| Budowa atomu | 81 |
| CAŁKI..... | 57 |
| Constans..... | 41 |
| Często używane jednostki spoza układu SI | 72 |
| DUŻA KLAMRA ŁĄCZĄCA KILKA WIERSZY | 43 |
| DZIELNIKI LICZB..... | 12 |
| Elektrojemność pierwiastków | 81 |
| Funkcja odwrotna..... | 40 |
| Funkcja złożona | 41 |
| Funkcje trygonometryczne | 52 |
| Funkcje | 40 |
| FUNKCJE | 40 |
| Geometria analityczna | 50 |
| GEOMETRIA | 48 |
| Graficzne przedstawienie przedziałów | 20 |
| Graficzne przedstawienie wykresów wielomianów | 42 |
| GRANICE..... | 56 |
| Hydraty..... | 80 |
| INDEKS..... | 107 |
| Indeksy stechiometryczne..... | 78 |
| Inne symbole używane w algebrze zbiorów | 17 |
| Jednostki główne - przykłady | 75 |
| JEDNOSTKI I DZIAŁANIA NA JEDNOSTKACH | 69 |
| Jednostki krotne | 65 |
| Jednostki podstawowe i uzupełniające układu SI..... | 64 |
| Jednostki temperatury..... | 75 |
| Jednostki we wzorach i wyrażeniach fizycznych | 76 |
| Jony | 80 |
| Kolejność wskaźników prawostronnych i wykładnika potęgi | 34 |
| Konfiguracja elektronowa..... | 84 |
| Kwantyfikatory..... | 54 |
| Liczby całkowite | 4 |
| Liczby dziesiętne..... | 5 |
| Liczby mieszane..... | 26 |
| LICZBY | 4 |
| Liczebniki główne | 4 |
| Liczebniki porządkowe | 4 |
| LITERATURA..... | 102 |
| LOGARYTMY | 47 |
| LOGIKA MATEMATYCZNA | 54 |
| Miara łukowa kąta | 51 |
| Miara stopniowa kąta | 51 |
| Następstwo znaków | 3 |

| | |
|--|-----|
| Nawiasy - czy zapis skrócony? | 29 |
| Nawiasy dla tekstu niematematycznego | 12 |
| Nawiasy matematyczne | 11 |
| NAWIASY | 11 |
| ODDZIELANIE LICZB OD ZNAKÓW PRZESTANKOWYCH | 13 |
| Odwrotne funkcje trygonometryczne | 53 |
| Oznaczenia wektorów | 49 |
| Oznaczenia zbiorów i zbiorów liczbowych | 16 |
| Pary elektronowe niewiążące | 82 |
| Pełny zapis ułamków | 25 |
| PIERWIASTKI | 37 |
| Pochodne jednostki układu SI | 69 |
| POCHODNE | 57 |
| Podstawowe jednostki układu SI | 69 |
| Podstawowe symbole geometryczne | 48 |
| PODSTAWOWE SYMBOLE I ZNAKI STOSOWANE W CHEMII | 77 |
| POTĘGI I WSKAŹNIKI | 31 |
| Powstawanie soli nierozpuszczalnej | 85 |
| Powstawanie soli | 85 |
| Poziome znaki nawiasujące | 35 |
| Procenty i promile | 5 |
| Projektory proste | 22 |
| Projektory szczegółowe | 23 |
| Projektory złożone | 23 |
| Prosty znak pierwiastka | 37 |
| Przedrostki jednostek układu SI | 71 |
| PRZENOSZENIE CZĘŚCI WYRAŹEŃ MATEMATYCZNYCH DO NASTĘPNEGO WIERSZA | 14 |
| Przykłady działań na ułamkach zwykłych | 27 |
| Przykłady wyrażeń z wykorzystaniem złożonych znaków kluczy | 68 |
| Przykłady zapisów funkcji | 41 |
| PRZYKŁADY ZAPISU RÓŻNYCH WZORÓW FIZYCZNYCH | 66 |
| Przykłady zapisu wyrażeń z użyciem potęg, pierwiastków oraz wskaźników | 39 |
| RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA I KOMBINATORYKA | 55 |
| Reakcja dysocjacji | 86 |
| Reakcja katalizowana | 79 |
| Reakcja odwracalna | 86 |
| REAKCJE CHEMICZNE | 85 |
| Reakcje utleniania i redukcji | 86 |
| Rozmieszczenie elektronów walencyjnych przy atomie | 82 |
| Rozmieszczenie par elektronów wiążących | 82 |
| RÓWNANIA I UKŁADY RÓWNAŃ | 44 |
| Równania | 44 |
| Rzymski zapis liczb | 5 |
| Schemat ciągu reakcji | 86 |
| Signum | 41 |
| Silnia | 55 |
| Skrócony zapis ułamków | 25 |
| SPIS TREŚCI - ALFABETYCZNIE | 103 |
| Stężenie procentowe roztworu | 87 |
| Stopnie utlenienia pierwiastków | 85 |

| | |
|--|----|
| Strzałki w zapisach fizycznych | 62 |
| Symbole logiczne | 54 |
| Symbole pierwiastków | 77 |
| Symbole słowne, znak miana | 69 |
| Symbole strzałek w zapisach chemicznych | 79 |
| Symbole używane w zapisie granic | 56 |
| Szczegółowy znak pierwiastka | 38 |
| Tak zwane „znaczkę” | 34 |
| TECHNIKA PROJEKCJI | 22 |
| TRYGONOMETRIA | 51 |
| Układy równań | 45 |
| Ułamki algebraiczne | 27 |
| Ułamki złożone | 30 |
| Ułamki zwykłe | 26 |
| UŁAMKI | 25 |
| Uzupełniające jednostki układu SI | 69 |
| Wartościowość | 84 |
| WARTOŚĆ BEZWZGLĘDNA - MODUŁ | 12 |
| Wiązania chemiczne | 83 |
| Wiązania między atomami | 88 |
| Wskaźniki [chem.] | 79 |
| WSKAŹNIKI I „ZNACZKI” WE WZORACH FIZYCZNYCH | 60 |
| Wskaźniki lewostronne w zapisach fizycznych | 65 |
| Wskaźniki lewostronne | 36 |
| Współczynniki stechiometryczne | 78 |
| WSTĘP | 2 |
| Wybrane zagadnienia transkrypcji brajlowskiej | 66 |
| WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE | 15 |
| WZAJEMNE POŁOŻENIE ZNAKÓW | 58 |
| Wzory cząsteczek | 77 |
| WZORY OGÓLNE | 88 |
| WZORY PÓŁSTRUKTURALNE I STRUKTURALNE | 88 |
| Wzory strukturalne i półstrukturalne związków organicznych | 89 |
| Wzory strukturalne związków nieorganicznych | 89 |
| Zapis czasu | 9 |
| ZAPIS DATY I CZASU | 9 |
| Zapis daty | 9 |
| Zapis elektronu | 84 |
| ZAPIS JEDNOSTEK – PODSTAWY | 8 |
| Zapis jednostek [chem.] | 87 |
| Zapis liczb wielopozycyjnych | 4 |
| Zapis liter greckich | 6 |
| Zapis liter łacińskich | 6 |
| Zapisy stosowane w Poradniku | 2 |
| Zasady obowiązujące w stosowaniu znaku miana | 74 |
| Zasady stosowania znaków alfabetu i druku wyróżnionego | 7 |
| Zasady techniki projekcji | 22 |
| ZBIORY | 16 |
| Złożony znak pierwiastka | 38 |
| ZNAKI ALFABETU | 6 |

| | |
|--|----|
| Znaki druku wyróżnionego | 6 |
| ZNAKI DZIAŁAŃ I RELACJI..... | 10 |
| Znaki działań..... | 10 |
| Znaki kluczy dla wykładników potęgi i wskaźników prawostronnych..... | 31 |
| ZNAKI PISMA BRAILLE'A..... | 1 |
| Znaki relacji i działań na zbiorach | 16 |
| Znaki relacji..... | 11 |
| Znaki wyznaczników i macierzy | 46 |
| Związki pierścieniowe | 92 |

INDEKS⁸¹

A

alfabet grecki, 7
arcus cosinus, 53
arcus cotangens, 53
arcus secans, 53
arcus sinus, 40, 53
arcus tangens, 53

B

bilans elektronów [chem.], 86
bis, 17, 34, 35, 48, 61
budowa atomu [chem], 81

C

całki, 57
constans, 41, 74
cosecans, 52
cosinus, 52
cotangens, 52
cudzysłów, 13

D

daszek, 34, 61
dąży do, 56
Definicje znaków
 Całki
 całka, 57
 całka oznaczona, 57
 kreska całkowa, 57
 constans, 41
 długa leżąca klamra, 36
 Druk wyróżniony
 kursywa, 6
 pogrubiony, 6
 prosty, 6
 duża klamra, 43
 funkcja odwrotna, 40
 Funkcje trygonometryczne
 cosecans, 52
 cosinus, 52
 cotangens, 52
 secans, 52

sinus, 52
tangens, 52

Funkcje trygonometryczne odwrotne

arcus cosecans, 53
arcus cosinus, 53
arcus cotangens, 53
arcus secans, 53
arcus sinus, 53
arcus tangens, 53

Geometria – symbole

bis, 48
jest podobny, 48
jest przystający, 48
kąć, 48
kąć prosty, 48
kwadrat, 48
łuk (dolny), 48
łuk (górnny), 48
nie jest podobny, 48
nie jest przystający, 48
nieprostokątne, 48
nierównoległe, 48
odcinek, 48
okrąg, 48
prim, 48
prosta, 48
prostokąt, 48
prostokątne, 48
równoległe, 48
strzałka w lewo, 48
strzałka w prawo, 48
strzałka w prawo i w lewo, 48
średnica, 48
trójkąt, 48
trójkąt prostokątny, 48

Granice

dąży do, 56
limes, 56
nieskończoność, 56

jest dzielnikiem, 12

kreska (długa), 35

kreska ułamkowa, *Patrz* Definicje znaków –

Ułamki

Kwantyfikatory

kwantyfikator ogólny, 54
kwantyfikator szczególny, 54

Logarytmy

logarytm, 47
logarytm naturalny, 47
podstawa logarytmu, 47

Logika – symbole

i (logika), 54
lub (logika), 54
nie (negacja), 54

⁸¹ Hasła oznaczone dodatkowo przez [chem.] dotyczą zapisów chemicznych, przez [fiz.] – zapisów fizycznych.

- to (logika), 54
- wtedy i tylko wtedy gdy (logika), 54
- łuk (dolny), 35
- łuk (górnym), 35
- Macierze, *Patrz* Definicje znaków – wyznaczniki i macierze
- Miara kąta
 - minuta kątowna, 51
 - radian, 51
 - sekunda kątowna, 51
 - stopień kątowny, 51
- moduł, 12
- Nawiasy matematyczne
 - klamrowe, 11
 - kwadratowe, 11
 - okrągłe, 11
 - trójkątne, 11
- nie jest dzielnikiem, 12
- nieskończoność, *Patrz* Definicje znaków – Granice
- Pierwiastki
 - prosty znak pierwiastka, 37
 - szczegółowy znak pierwiastka, 38
 - złożony znak pierwiastka, 38
- Pochodne
 - pochodna, 57
 - pochodna cząstkowa, 57
- Potęgi i wskaźniki
 - wskaźnik dolny lewostronny, 36
 - wskaźnik dolny prawostronny (prosty), 31
 - wskaźnik dolny prawostronny (szczegółowy), 33
 - wskaźnik dolny prawostronny (złożony), 32
 - wskaźnik górny lewostronny, 36
 - wskaźnik górny prawostronny (prosty), 31
 - wskaźnik górny prawostronny (szczegółowy), 33
 - wskaźnik górny prawostronny (złożony), 32
 - wykładnik potęgi (prosty), 31
 - wykładnik potęgi (szczegółowy), 33
 - wykładnik potęgi (złożony), 32
- procent, 5
- Projektory
 - proste, 22
 - szczegółowe, 23
 - złożone, 23
 - znak kończący projektor prosty, 22
 - znak kończący projektor szczegółowy, 23
 - znak kończący projektor złożony, 23
- promil, 5
- signum, 41
- silnia, 55
- Strzałka
 - w dół, 79
 - w górę, 79
 - w lewo, 48
 - w lewo (długa), 35
 - w lewo (pisana pod wyrażeniem), 79
 - w prawo, 48
 - w prawo (długa), 35
 - w prawo (pisana pod wyrażeniem), 79
 - w prawo i w lewo, 48
 - w prawo i w lewo (pisana pod wyrażeniem), 79
- Ułamki
 - kreska ułamkowa, 25
 - znak końca ułamka, 25
 - znak początku ułamka, 25
- wartość bezwzględna, *Patrz* Definicje znaków – moduł
- wektory, 49
- wskaźniki, *Patrz* Definicje znaków – Potęgi i wskaźniki
- Wyznaczniki i macierze
 - kreski dla wyznacznika, 46
 - moduł wyznacznika, 46
 - nawiasy dla macierzy, 46
- Zbiory
 - dowolny, 16
 - liczb całkowitych, 16
 - liczb naturalnych, 16
 - liczb niewymiernych, 16
 - liczb rzeczywistych, 16
 - liczb wymiernych, 16
 - pusty, 16
- Znaczki
 - bis, 34
 - daszek, 34
 - dwie kropki, 34
 - falka, 34
 - gwiazdka, 34
 - haczyk, 34
 - klucz znaczka dolnego, 34
 - klucz znaczka górnego, 34
 - kółko, 34
 - kreska, 34
 - kropka, 34
 - krzyżyk, 34
 - minus, 34
 - plus, 34
 - prim, 34
 - strzałka w lewo, 34
 - strzałka w prawo, 34
- znak liczbowy, 4
- znak miana, 8
- znak nowego wiersza, 43
- Znaki alfabetu
 - litera grecka (duża), 6
 - litera grecka (mała), 6
 - litera łacińska (mała), 6
- Znaki działań
 - dwukropek (dzielenie), 10
 - gwiazdka (mnożenie), 10
 - kreska ułamkowa (dzielenie), 10
 - kropka bez odstępów (mnożenie), 10
 - kropka z odstępem (mnożenie), 10
 - krzyżyk (mnożenie), 10
 - minus (odejmowanie), 10
 - minus-plus, 10
 - plus (dodawanie), 10
 - plus-minus, 10

- Znaki relacji
mniejszy, 11
mniejszy lub równy, 11
nie mniejszy, 11
nie równa się, 11
nie równa się tożsamościowo, 11
nie większy, 11
równa się, 11
równa się tożsamościowo, 11
równa się w przybliżeniu, 11
równa się z definicji, 11
większy, 11
większy lub równy, 11
znacznie mniejszy, 11
znacznie większy, 11
- Znaki relacji i działań na zbiorach
iloczyn kartezjański zbiorów, 17
iloczyn zbiorów, 17
indeksowana suma zbiorów, 17
indeksowany iloczyn zbiorów, 17
należy, 16
nie należy, 16
nie zawiera, 16
nie zawiera się, 16
różnica zbiorów, 17
suma zbiorów, 17
zawiera, 16
zawiera się, 16
- Definicje znaków [chem.]
Jony
jon dodatni (zapis pełny), 80
jon dodatni (zapis skrócony), 80
jon ujemny, 80
znak jonu, 80
- Strzałka
w dół (strącanie się osadu), 79
w górę (ulatnianie się gazu), 79
w lewo (pisana pod wyrażeniem), 79
w lewo (reakcja przebiegająca w lewo), 79
w prawo (pisana pod wyrażeniem), 79
w prawo (reakcja przebiegająca w prawo), 79
w prawo i w lewo (pisana pod wyrażeniem), 79
w prawo i w lewo (reakcja odwracalna), 79
- Znak kluczowy
cząsteczki o jednoliterowych symbolach
pierwiastków składowych, 77
pierwiastka, 77
- długa leżąca klamra, 36
dopełnienie zbioru, 19
druk wyróżniony, 6, 8
duża klamra, 43, 45
dwie kropki, 34
dwukropek, 13, 18, 50, 84
dwukropek (dzielenie), 10
dzielniki liczb, 12
- E**
- elektron [chem.], 84
elektrony walencyjne [chem.], 82
elektroujemność pierwiastków [chem.], 81
- F**
- falka, 34, 61, 62, 65
funkcja odwrotna, 40, 53
funkcja złożona, 41
funkcje, 40
- Funkcje
constans, 41
funkcje trygonometryczne, 52
funkcje trygonometryczne odwrotne, 53
logarytmy, 47
potęgi, 31
signum, 41
- G**
- geometria, 48
geometria analityczna, 50
granice, 56
gwiazdka, 34
gwiazdka (znaczek), 61, 62
- H**
- haczyk, 34
hydraty [chem.], 80
- I**
- i (logika), 18, 54
iloczyn wektorów [fiz.]
skalarny, 64
wektorowy, 64
iloczyn zbiorów, 17
indeksowana suma zbiorów, 17
indeksowany iloczyn zbiorów, 17
infimum, 18
- J**
- jednostki, 8, 9, 69, 74, 75, 76, 87
- Jednostki
działania na jednostkach, 69
jednostki główne, 75

jednostki pochodne układu SI, 69
 jednostki podstawowe układu SI, 69
 jednostki spoza układu SI, 72
 jednostki temperatury, 75
 jednostki uzupełniające układu SI, 69
 jednostki we wzorach i wyrażeniach fizycznych,
 76
 przedrostki jednostek układu SI, 71
 jest podobny, 48
 jest przystający, 48
 jon hydroniowy, 80
 jony [chem.], 80

K

kąt, 48
 kąt prosty, 48
 kolejność wskaźników prawostronnych
 i wykładnika potęgi, 34
 konfiguracja elektronowa [chem.], 84
 kółko, 34
 kreska, 34
 kreska (długa), 35
 kreska (znaczek), 35, 43, 55, 61, 62, 66, 84
 kreska o odstępem (mnożenie), 37
 kreska ułamkowa, 10, 25, 87
 kropka, 34
 kropka (znaczek), 35
 kropka bez odstępem (mnożenie), 10, 27, 29, 75,
 80
 kropka z odstępem (mnożenie), 10, 27, 29, 75,
 80
 krzyżyk, 34
 krzyżyk (mnożenie), 10, 17, 19, 64
 kwadrat, 48
 kwantyfikator, 54

L

Liczba
 atomowa [chem.], *Patrz* Budowa atomu
 masowa [chem.], *Patrz* Budowa atomu
 liczby, 4
 Liczby
 całkowite, 4
 dziesiętne, 5
 mieszane, 26
 rzymskie, 5
 wielopozycyjne, 4

Liczebniki
 główne, 4
 porządkowe, 4
 limes, 56, 74
 Litera
 grecka, 6
 łacińska, 6
 literatura, 102
 logarytmy, 47
 logika matematyczna, 54
 lub (logika), 18, 54

Ł

łuk (dolny), 35, 48
 łuk (górnny), 35, 48

M

macierz, 46
 maximum, 18, 74
 miara łukowa kąta, 51
 miara stopniowa kąta, 51
 minimum, 17
 minus, 34
 minus (odejmowanie), 10
 minus (znaczek), 61, 84
 minus-plus, 10
 minuta kątowna, 51
 mniejszy, 11
 mniejszy lub równy, 11
 moduł, 12, 46, 50, 64

N

należy, 16, 18, 49
 następstwo znaków, 3
 nawias zamknięty dla tekstu matematycznego,
 13
 nawiasy, 11, 29, 78
 nawiasy dla tekstu niematematycznego, 12
 Nawiasy matematyczne
 klamrowe, 11
 kwadratowe, 11
 okrągłe, 11
 trójkątne, 11
 nie (logika), 54
 nie jest podobny, 48

nie jest przystający, 48
nie mniejszy, 11
nie należy, 16
nie równa się, 11
nie równa się tożsamościowo, 11
nie większy, 11
nie zawiera, 16
nie zawiera się, 16
nieprostokątne, 48
nierównoległe, 48
nieskończoność, 18, 56

O

odcinek, 48
oddzielanie liczb i znaków przestankowych, 13
okrąg, 48

P

pary elektronowe niewiążące [chem.], 82
Pierwiastki, 37
 prosty znak pierwiastka, 37
 szczegółowy znak pierwiastka, 38
 złożony znak pierwiastka, 38
plus, 34
 plus (dodawanie), 10
 plus (znaczek), 61
 plus-minus, 10, 52
pochodne, 57
potęgi i wskaźniki, 31
prim, 17, 19, 34, 35, 48, 57, 61
procent, 5
projektory proste, 22, 31
projektory szczegółowe, 23, 33
projektory złożone, 23, 32
promil, 5
prosta, 48
prostokąt, 48
prostokątne, 48
przecinek, 13
przedziały-grafika, 20
przenoszenie części wyrażeń do następnego wiersza, 11, 14, 27, 44, 45, 46, 47, 56, 64, 65, 67, 76, 79, 84, 85, 87
pusty znak, 2

pytajnik, 13

R

rachunek prawdopodobieństwa i kombinatoryka, 55
radian, 51, 74
Reakcje [chem.]
 ciąg reakcji, 86
 dysocjacji, 86
 katalizowana, 79
 odwracalna, 86
 powstawanie soli, 85
 powstawanie soli nierozpuszczalnej, 85
 utleniania i redukcji, 86
rozmieszczenie par elektronów wiążących [chem.], 82
równa się, 11
równa się tożsamościowo, 11
równa się w przybliżeniu, 11
równa się z definicji, 11
równania, 44
równoległe, 48
różnica zbiorów, 17, 18
rząd bazowy, 24
rząd zapisu, 24

S

secans, 52
sekunda kątowna, 51
signum, 41, 43, 74
silnia, 26, 55
sinus, 40, 52, 67
stechiometryczne [chem.]
 indeksy, 78
 współczynniki, 78
stężenie procentowe roztworu [chem.], 87
stopień Celsjusza [fiz.], 75
stopień kątowny, 51
stopnie utlenienia pierwiastków [chem.], 85
Strzałka
 w dół, 79, 85
 w górę, 79, 85
 w lewo, 48, 62, 79
 w lewo (długa), 35
 w lewo (pisana pod wyrażeniem), 79
 w prawo, 40, 48, 62, 65, 79, 85, 86
 w prawo (długa), 35

w prawo (pisana pod wyrażeniem), 64, 65, 79
w prawo i w lewo, 48, 62, 79, 86
w prawo i w lewo (pisana pod wyrażeniem), 79
strzałka w lewo, 34
strzałka w prawo, 34
strzałki [chem.], 79
suma zbiorów, 17
supremum, 18
symbol Newtona, 43, 55
symbole geometryczne, 48
symbole pierwiastków [chem.], 77
Symbole słowne, 69

Ś

średnica, 48
średnik, 13

T

tangens, 52
technika projekcji, 22
Technika projekcji
 projektory proste, 22
 projektory szczegółowe, 23
 projektory złożone, 23
 rząd zapisu, 24
to (logika), 54
to, stąd wynika (logika), 18
trójkąt, 48, 50
trójkąt prostokątny, 48
trygonometria, 51

U

układy równań, 45, 46
ułamki, 25
Ułamki
 algebraiczne, 27
 złożone, 30
 zwykłe, 26

W

wartościowość [chem.], 84
wartość bezwzględna, *Patrz* moduł
wektory, 49, 50, 63
Wiązania chemiczne [chem]
 jonowe, 83

 koordynacyjne, 84
 kowalencyjne, 83
wiązania między atomami [chem.], 88
większy, 11
większy lub równy, 11
Wskaźniki
 lewostronne, 47, 65, 79, 81
 prawostronne, 31, 43, 47, 49, 50, 55, 57, 60, 61,
 64, 84, 88
wskaźniki [chem.], 79
wskaźniki lewostronne, 36
wtedy i tylko wtedy gdy (logika), 44, 45, 54
wtedy i tylko wtedy, gdy (logika), 18
wykładnik potęgi, *Patrz* potęgi i wskaźniki
wykresy wielomianów, 42
wykrzyknik, 13
wyrażenia algebraiczne, 15
wyznacznik, 46, 50
wzajemne położenie znaków, 58

Wzory [chem.]

 cząsteczek, 77
 ogólne, 88
 strukturalne i półstrukturalne związków
 organicznych, 89
 strukturalne związków nieorganicznych, 89
 związki pierścieniowe, 92

Wzory związków organicznych [chem.]

 2-metylobutan, 90
 2-metylo-propan-2-ol, 91
 3-(1-metylo-etylo)-heksan, 91
 izobutan, 90
 kwas propanowy, 89
 metan, 90
 n-dekan, 89
 związki pierścieniowe
 antracenen, 97
 benzen, 92
 difenyl, 95
 fruktoza, 100
 glukoza, 98
 naftalen, 96
 sacharoza, 101
 toluen, 93
 trotyl, 94

Z

Zapis
 czasu, 9
 daty, 9
Zapis [chem.]

-
- cząsteczkowy, 85
 - jonowy, 85
 - Zapis ułamków
 - pełny, 25, 28, 30, 60, 68, 87
 - skrócony, 25, 28, 30, 66, 68
 - zawiera, 16
 - zawiera się, 16, 19
 - zbiory, 16
 - znaczkki, 16, 34, 43, 55, 66, 84
 - znacznie mniejszy, 11
 - znacznie większy, 11
 - znak kończący projektor prosty, 22, 35
 - znak kończący projektor szczegółowy, 23
 - znak kończący projektor złożony, 23
 - znak liczbowy, 78
 - znak miana, 8, 9, 74, 75, 76, 87
 - znak nowego wiersza, 43, 45, 55
 - znaki alfabetu, 6, 7, 8, 15, 16, 17, 28, 61, 65
 - znaki nawiasujące, 35
 - znaki pisma Braille'a, 1
 - znaki relacji, 11
 - znaki relacji i działań na zbiorach, 16